

Programação da produção de artefatos de alumínio por meio da programação linear

Evandro Paulo Merlo (UTFPR-PB) evandro@patolux.com.br
Gilson Adamczuk Oliveira (UTFPR-PB) gilson@utfpr.edu.br
Dayse Regina Batistus (UTFPR-PB) batistus@utfpr.edu.br
José Donizetti de Lima (UTFPR-PB) donizetti@utfpr.edu.br
Janecler Amorin Colombo (UTFPR-PB) janecler@utfpr.edu.br

Resumo:

Este artigo emprega a programação linear como ferramenta de suporte na programação e controle de produção da Patolux Indústria e Comércio de Alumínios Ltda., fabricante de utilidades domésticas de alumínio. Foram coletados dados a partir de observações, de entrevistas e de pesquisa documental junto ao software ERP[®] utilizado na empresa e junto aos colaboradores. Levantou-se informações sobre: margem de contribuição unitária dos produtos, identificação dos setores de produção, equipamentos e tempos de produção disponíveis em cada setor, bem como, sequenciamento e tempos de produção por produto. Posteriormente, elaborou-se a função objetivo e as restrições relativas ao problema proposto, sendo que o software LINDO[®] foi utilizado para efetuar os cálculos necessários. O resultado apresentado pela programação linear trouxe a possibilidade de um incremento significativo no lucro da empresa em comparação à média realizada nos últimos 12 meses.

Palavras chave: Programação e Controle da Produção, Artefatos de Alumínio, Programação Linear.

Programming the production of aluminum artifacts by linear programming

Abstract

This article employs linear programming as a tool to support the production programming and control of Patolux Aluminum Industry and Commerce Ltda., houseware manufacturer of aluminum. Data were collected from observations, interviews and documentary research with the ERP[®] software used in the firm and with employees. Rose about: unit contribution margin products, identifying the sectors of production, equipment and production time available in each sector, as well as sequencing and production times by product. Later, was elaborated the objective function and the constraints on the proposed problem, and the software LINDO[®] was used to make the necessary calculations. The result presented by linear programming brought the possibility of a significant increase in the company's profit compared to the average achieved in the last 12 months.

Key-words: Production Programming and Control, Aluminum Artifacts, Linear Programming.

1. Introdução

No Sudoeste do Paraná, região que concentra municípios com excelentes resultados de Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), existe grande concentração de indústrias de utensílios domésticos e produtos em alumínio. As indústrias geram mais de 1.100 empregos diretos. Destacam-se no setor os municípios de Francisco Beltrão, Marmeleiro, Pato Branco e Palmas.

Atualmente são cerca de 30 empresas, tendo como principal mercado consumidor de seus produtos o Estado do Paraná, de Santa Catarina e do Rio Grande do Sul. Porém, com o aumento da concorrência, forçou-se a busca por novas regiões de atuação (FIEP, 2010). Este fato é evidenciado por Modé (2010), o qual coloca que, em praticamente todos os setores industriais, a concorrência encontra-se cada vez mais acirrada.

Presenciando estes novos desafios, a empresa Patolux Alumínios busca, além de manter seu mercado de atuação, penetrar em novas regiões com o intuito de melhorar seus resultados e para isto, entende que precisa tornar-se mais competitiva.

Neste sentido se estabelece o objetivo deste trabalho, que é, a partir da maximização da lucratividade do mix de produtos da empresa, auxiliar na programação da produção, levando-se em conta as previsões de venda mensal elaborada pelo setor comercial e a capacidade produtiva da empresa, e desta forma, contribuir para que a empresa se torne mais competitiva.

2. Programação da produção

O planejamento e controle da produção é a atividade de decidir sobre o melhor emprego dos recursos de produção, assegurando, desta forma, a execução do que foi previsto (SLACK *et al.*, 2002). Neste contexto, as empresas industriais, em sua maioria, competem em seus mercados com o intuito de, por meio da venda do *mix* de produtos que dispõe, obter ganhos financeiros ou lucros (NETO *et al.*, 2006).

Kotler (2000) define o *mix* de produtos como o conjunto de todos os produtos e itens que uma empresa põe à venda, ou seja, são todos os produtos que uma empresa produz. Existem empresas que trabalham com apenas um produto, no entanto, a grande maioria produz uma variedade de produtos que são oferecidos aos seus clientes. Estes produtos são produzidos na indústria em uma linha de produção ou sistema de produção, que têm como objetivo a fabricação de bens manufaturados (MARTINS e LAUGENI, 2005).

3. Programação linear

Durante a Segunda Guerra Mundial, novas tecnologias bélicas levaram à criação de grupos acadêmicos que tinham como objetivo resolver problemas relacionados ao uso eficiente de radares, de canhões antiaéreos, de escoltas navais, entre outros. Tinha-se por objetivo a redução de custos militares e a maximização das baixas inimigas. Para tratar destes problemas, a programação linear mostrou-se extremamente útil. Após o término da guerra, a programação linear passou a ser usada em empresas com o objetivo de reduzir despesas e maximizar lucros, no entanto, devido à complexidade dos cálculos matemáticos envolvidos, esta técnica só foi difundida após o surgimento do computador (MIRANDA *et al.*, 2007).

Atualmente a programação linear auxilia na tomada de decisões nas mais variadas áreas como: decisões de investimentos, políticas de estoques, orçamentos de capital, fluxos de caixa, *mix* de produção, organização de transportes, localização industrial e fluxo de redes, programação de produção, dentre outros (MIRANDA *et al.*, 2007). De acordo com Horngren (1981), pode-se conceituar a programação linear como um método matemático para a solução de problemas empresariais com muitas variáveis em interação, que envolve, basicamente, a utilização de recursos limitados de forma a aumentar os lucros ou a diminuir os custos.

Este método se utiliza de um modelo matemático cujo objetivo é determinar um valor ótimo para uma função linear, sendo esta composta de uma função objetivo (a formulação do problema) e restrições representadas por inequações também lineares. Através da função objetivo identifica-se o desempenho e a eficiência do sistema, como exemplo no caso de minimização pode-se identificar a diminuição dos custos de produção ou a diminuição de distância percorridas nos sistemas de transporte e no caso de maximização pode-se verificar o

aumento da lucratividade ou aumento da capacidade produtiva de um sistema de produção. As restrições permitem parametrizar os resultados a fim de que estes estejam dentro das limitações do sistema. Conforme Frossard (2009), no caso da programação linear as variáveis de decisão não poderão ser negativas.

Assim, o âmbito da programação linear se restringe aos problemas cuja representação simbólica possa ser feita por uma linha reta em um gráfico. São aqueles problemas que usam operações aritméticas simples como, por exemplo: adição e subtração, e funções predefinidas tais como soma tendência e previsão (NOSSA e CHAGAS, 1997).

De acordo com Goldbarg e Luna (2005), uma grande vantagem do modelo de programação linear está na eficiência dos algoritmos de solução hoje existentes, disponibilizando alta capacidade de cálculo e podendo ser facilmente executado até mesmo através de planilhas e com o auxílio de microcomputadores pessoais.

A construção de um modelo matemático, no caso do modelo linear, segundo Corrar e Garcia (2006) pode ser facilitada seguindo-se os passos a seguir: a) determinar as variáveis de decisão: alternativas possíveis para a solução do problema de programação linear; b) estabelecer o objetivo: elaborar o objetivo básico do problema relativo à otimização pretendida que será representado por uma função objetivo que deverá ser maximizada ou otimizada (CAIXETA FILHO, 2001); c) determinar as relações básicas, especialmente restrições: as restrições representam limitações da situação atual como escassez de recursos, limitações legais ou de mercado, sendo assim pode-se definir as restrições como uma série de limitações do sistema (MOREIRA, 2007); e d) calcular a solução ótima.

Esses conceitos de função-objetivo, restrição e solução ótima podem ser melhor compreendidos quando inseridos em situações reais de empresas, conforme será demonstrado no caso prático, objeto de estudo deste artigo. Existem vários métodos para a solução dos problemas sendo eles: método gráfico, da tentativa e erro, simplex, dentre outros. Neste trabalho será utilizado para a solução do estudo de caso o *software* LINDO[®], em sua versão de livre uso.

4. Metodologia

Esse trabalho pode ser classificado como pesquisa quantitativa e aplicada, pois satisfaz as condições elencadas por Mareth *et al.* (2012). Nele, conhecimentos serão gerados buscando a solução de problemas, preenchendo os requisitos de pesquisa aplicada, e também, será um modelo de pesquisa quantitativa, já que foram levantados dados junto a todos os setores da empresa, como os tempos de preparação dos produtos por máquina, identificados por tomada de tempo junto às máquinas; margem de contribuição por item do mix de produtos fornecido pelo MRP Pitágoras[®], utilizado pela mesma; previsões de vendas mensais para o ano de 2011, levantado pelo setor comercial; e a lucratividade mensal atual da empresa.

Optou-se pela maximização da lucratividade do mix de produto por meio da programação da produção mensal. Devido ao grande número de itens e também, do número elevado de setores de processamento em que os produtos passam, a simulação diária ou semanal se tornaria bastante complicada já que alguns itens são fabricados apenas uma vez por mês. Ressalta-se que junto com a previsão de venda mensal fica definida, também, a quantidade mínima produzida de cada item. Todos estes dados foram analisados e, após definidas a função objetivo e as restrições do problema, construiu-se um modelo de programação linear. Para resolver o modelo proposto utilizou-se o *software* LINDO 6.1 versão gratuita (instalado em um computador tipo notebook equipado com processador Intel Core 2duo CPU T6600 2.2 GHz com sistema operacional Windows 7 Home Premium 32 Bits).

5. Empresa estudada

Decorridos 10 anos de sua fundação e passado por várias fases de capacitação, ampliação mercadológica e de seu parque industrial, a Patolux Indústria e Comércio de Alumínios Ltda. (Patolux Alumínios) busca atualmente ampliar suas regiões de atuação no mercado nacional. A partir de 2008 a empresa começou a melhorar sua linha buscando produtos que não só fossem competitivos pelo seu preço, mas também pelo seu design, acabamento e inovação apresentada.

A empresa, que tem representantes nos estados do Rio Grande do Sul, de Santa Catarina, do Paraná, de São Paulo, de Minas Gerais, de Goiás, do Rio de Janeiro, do Espírito Santo, do Ceará e de Brasília, apresenta em seu mix de produtos 149 itens produzidos. Parte deles produzidos totalmente dentro da empresa e outros produtos com parte de seu processo de fabricação terceirizado. A empresa tem como foco de clientes: distribuidores e atacadistas de utilidades domésticas, redes de supermercados populares, distribuidores crediariastas e pequenas redes de lojas de produtos variados.

A Patolux, atualmente, tem 15 itens que representam cerca de 70% de seu faturamento, estes ocupam grande parte da capacidade produtiva da empresa.

O quadro de funcionários é de 70 pessoas, 09 delas atuam na área administrativa e as demais operam diretamente na linha de produção, a qual encontra-se dividida em 16 setores, elencados na Tabela 1.

Setor	Equipamento	Tempo disponível (minutos)
Torno próprio	05 tornos de repuxo	40.656
Torno terceirizado	03 tornos de repuxo	24.394
Prensa leve	01 prensa hidráulica leve	8.131
Prensa aliança	01 prensa hidráulica pesada	8.131
Refilador leve	01 refilador leve	8.131
Refilador aliança	03 refiladores pesados	24.394
Prensa tampa	02 prensas leve	16.262
Refilador tampa	03 refiladores dde tampa	24.394
Lixadores	01 lixadeira automática	24.394
Solda	02 maçaricos com suporte	8.131
Lavagem	02 tanques para lavagem	8.131
Pintura	05 cabines pintura manual	81.312
Polidores	02 politriz automáticos	32.525
Rebitadeira	02 furadores de peças	48.787
Mesa	mesas para montagem das peças	32.525
Embalagem	01 embaladeira automática com	40.656

Fonte: Elaborada pelos autores a partir de dados fornecidos pela empresa.

Tabela 1 – Setores de produção, descrição e quantidade de equipamentos por setor e tempo disponível em minutos por setor

Os controles financeiros, fiscal e de produção da empresa são geridos pelo *software* Pitágoras Gene[®]. No presente estudo a área de maior interesse é a área de controle de produção. Para facilitar o entendimento, apresenta-se, passo a passo como são geradas as ordens de produção na empresa.

- digitação do pedido pelo vendedor: o pedido de venda é digitado diretamente dentro do sistema;
- recebimento dos pedidos na empresa: é feita uma conferência dos dados dos pedidos para

processamento e recebimento deles no sistema;

c) montagem de cargas para as regiões pré-definidas: define transportador, gera cubagem, coloca previsão de entrega;

d) processamento dos pedidos: compromete produto acabado após processamento dos pedidos;

e) gerar ordens de produção: as ordens de produção são geradas baseadas na quantidade de estoque mínimo e máximo e são divididas em lotes econômicos de produção, depois de geradas as ordens compromete matéria prima;

f) distribuição das ordens de produção: ordens enviadas ao almoxarifado que distribui ordens, matéria prima e insumos na linha de produção;

g) leitura de ordens através dos setores: as ordens de produção elencam todos os setores em que o produto irá passar e as matérias primas e insumos utilizados na sua confecção. Ao passar pelo setor o funcionário marca seu nome e o número de perdas e peças produzidas sem defeitos e leva o lote produzido até o setor de espera do setor subsequente;

h) para identificar o andamento das ordens é utilizado um computador portátil que faz a leitura das ordens e alimenta o sistema;

i) revisão e enceramento da ordem: após a ordem passar por todos os setores e chegar ao setor de estocagem ou carregamento as ordens são revisadas a fim de identificar perdas e os motivos após o confronto do lançado com o físico, também se repõe as matérias primas e insumos reaproveitados.

Nesse contexto utilizou-se da programação linear na tentativa de solucionar o problema dos gestores da PATOLUX, levando em consideração a função-objetivo e as restrições encontradas pelo departamento de produção.

Na Tabela 2 encontra-se disponível os dados extraídos do *software* Pitágoras e junto ao gerente de produção que dizem respeito à margem de contribuição unitária e a quantidade mínima mensal de produção por item. O levantamento dos tempos que cada produto leva nos setores onde percorre durante o processo de fabricação também foi realizado. Observa-se que existe uma grande variação no processo de produção dos itens devido ao fato de que nem todos passam pelos mesmos setores durante a sua confecção.

Prod	MCU (R\$)	QMPMI (unidades)	Prod	MCU (R\$)	QMPMI (unidades)	Prod	MCU (R\$)	QMPMI (unidades)
X1	2,48	34	X28	1,57	544	X55	0,97	197
X2	1,55	291	X29	2,38	326	X56	1,29	638
X3	1,91	522	X30	2,04	177	X57	1,21	163
X4	1,47	871	X31	2,28	315	X58	1,19	247
X5	1,84	928	X32	2,45	276	X59	0,93	345
X6	7,01	204	X33	1,75	349	X60	0,96	112
X7	8,07	618	X34	1,99	690	X61	0,96	581
X8	9,15	192	X35	2,19	506	X62	0,96	169
X9	1,22	257	X36	1,75	424	X63	0,96	188
X10	1,11	266	X37	0,75	780	X64	0,96	466
X11	0,92	222	X38	10,91	4339	X65	0,96	183
X12	1,03	219	X39	1,30	139	X66	1,06	458
X13	1,42	47	X40	0,65	670	X67	1,10	272
X14	1,19	55	X41	1,77	296	X68	1,10	1023
X15	4,66	1750	X42	1,55	531	X69	1,10	301
X16	4,91	2289	X43	1,73	416	X70	1,10	388
X17	5,18	2854	X44	2,65	104	X71	1,10	515
X18	5,41	2658	X45	1,78	481	X72	1,10	310
X19	5,78	2010	X46	1,76	284	X73	1,77	75
X20	1,23	455	X47	1,72	379	X74	1,82	42
X21	1,12	741	X48	1,91	66	X75	1,82	288
X22	1,10	708	X49	1,02	320	X76	1,82	58
X23	1,06	474	X50	1,13	370	X77	1,82	53
X24	1,33	249	X51	0,66	2239	X78	1,82	135
X25	0,38	88	X52	0,60	1360	X79	1,82	80
X26	1,28	491	X53	0,80	237			
X27	1,41	409	X54	0,90	355			

Legenda: Prod: produto, MCU: Margem de contribuição unitária, QMPMI: Quantidade mínima de produção mensal por item.

Fonte: Elaborada pelos autores a partir de dados fornecidos pela empresa.

Tabela 2 – Margem de contribuição unitária e quantidade mínima de produção mensal por item

Salienta-se que, embora a empresa tenha um mix total de 149 itens, 70 itens possuem todos os processos de sua produção terceirizados. Logo a formulação foi feita com os 79 itens produzidos efetivamente na empresa ou que apenas parte de sua produção é terceirizada. Essa medida também teve intuito de simplificar o estudo já que o mesmo se trata de um trabalho inicial.

6. Montagem do modelo

A solução ótima para a PATOLUX seria encontrar o *mix* ideal de produção, entre os 79 produtos, no intuito de maximizar a sua Função Objetivo, que neste caso, se dá pela margem de contribuição total (MCT), ou seja:

$$\text{Maximizar MCT} = 2.48 X1 + 1.55 X2 + 1.91 X3 + 1.47 X4 + 1.84 X5 + 7.01 X6 + 8.07 X7 + 9.15 X8 + 1.22 X9 + 1.11 X10 + 0.92 X11 + 1.03 X12 + 1.42 X13 + 1.19 X14 + 4.66 X15 + 4.91 X16 + 5.18 X17 + 5.41 X18 + 5.78 X19 + 1.23 X20 + 1.12 X21 + 1.10 X22 + 1.06 X23 + 1.33 X24 + 0.38 X25 + 1.28 X26 + 1.41 X27 + 1.57 X28 + 2.38 X29 + 2.04 X30 + 2.28 X31 + 2.45 X32 + 1.75 X33 + 1.99 X34 + 2.19 X35 + 1.75 X36 + 0.75 X37 + 10.91 X38 + 1.30 X39 + 0.65 X40 + 1.77 X41 + 1.55 X42 + 1.73 X43 + 2.65 X44 + 1.78 X45 + 1.76 X46 + 1.72 X47 + 1.91 X48 + 1.02 X49 + 1.13 X50 + 0.66 X51 + 0.60 X52 + 0.80 X53 + 0.90 X54 + 0.97 X55$$

+ 1.29 X56 + 1.21 X57 + 1.19 X58 + 0.93 X59 + 0.96 X60 + 0.96 X61 + 0.96 X62 + 0.96 X63 + 0.96 X64 + 0.96 X65 + 1.06 X66 + 1.10 X67 + 1.10 X68 + 1.10 X69 + 1.10 X70 + 1.10 X71 + 1.10 X72 + 1.77 X73 + 1.82 X74 + 1.82 X75 + 1.82 X76 + 1.82 X77 + 1.82 X78 + 1.82 X79

Onde X_i é a quantidade do produto “i” a ser produzida ($i = 1..79$);

As restrições devem ser definidas como segue:

Setor de torno de repuxo próprio: $1.00 X1 + 0.30 X2 + 0.30 X3 + 0.30 X4 + 0.30 X5 + 0.52 X6 + 0.52 X7 + 0.52 X8 + 0.50 X26 + 0.60 X27 + 0.60 X28 + 0.67 X29 + 0.30 X30 + 0.30 X31 + 0.30 X32 + 0.30 X33 + 0.30 X34 + 0.30 X35 + 0.50 X36 + 0.25 X37 + 0.75 X39 + 0.24 X41 + 0.22 X42 + 0.24 X43 + 0.25 X44 + 0.75 X45 + 1.00 X46 + 1.00 X47 + 1.00 X48 + 0.43 X49 + 0.50 X50 + 0.25 X51 + 0.25 X52 + 0.86 X53 + 0.86 X54 + 0.86 X55 + 0.33 X56 \leq 40.656$;

Setor de torno de repuxo terceirizado: $1.20 X2 + 1.58 X3 + 1.20 X4 + 1.58 X5 + 1.50 X30 + 1.58 X31 + 1.71 X32 + 1.50 X33 + 1.58 X34 + 1.71 X35 + 0.30 X59 + 0.30 X60 + 0.30 X61 + 0.30 X62 + 0.30 X63 + 0.30 X64 + 0.30 X65 + 0.33 X66 + 0.33 X67 + 0.33 X68 + 0.33 X69 + 0.33 X70 + 0.33 X71 + 0.33 X72 + 0.60 X73 + 0.60 X74 + 0.60 X75 + 0.60 X76 + 0.60 X77 + 0.60 X78 + 0.60 X79 \leq 24.394$;

Setor de prensar peças finas: $0.30 X9 + 0.30 X10 + 0.30 X11 + 0.33 X12 + 0.40 X13 + 0.60 X14 + 0.30 X20 + 0.30 X21 + 0.30 X22 + 0.33 X23 + 0.40 X24 + 0.60 X25 + 0.30 X56 + 0.75 X57 + 0.86 X58 \leq 8.131$;

Setor de prensar aliança: $0.20 X15 + 0.20 X16 + 0.21 X17 + 0.21 X18 + 0.24 X19 + 1.07 X38 \leq 8.131$;

Setor de refilar peças finas: $0.30 X9 + 0.30 X10 + 0.30 X11 + 0.30 X12 + 0.30 X13 + 0.40 X14 + 0.40 X20 + 0.40 X21 + 0.46 X22 + 0.50 X23 + 0.50 X24 + 0.60 X25 + 0.40 X56 + 0.75 X57 + 0.86 X58 \leq 8.131$;

Setor de refilar aliança: $0.50 X15 + 0.50 X16 + 0.55 X17 + 0.60 X18 + 0.60 X19 + 2.75 X38 \leq 24.394$;

Setor de prensar tampas: $0.21 X9 + 0.21 X10 + 0.21 X11 + 0.30 X12 + 0.30 X13 + 0.60 X14 + 0.24 X15 + 0.24 X16 + 0.24 X17 + 0.30 X18 + 0.30 X19 + 0.24 X20 + 0.24 X21 + 0.24 X22 + 0.30 X23 + 0.30 X24 + 0.60 X25 + 1.32 X38 + 0.30 X57 + 0.30 X58 \leq 16.262$;

Setor de refilar tampas: $0.33 X9 + 0.33 X10 + 0.38 X11 + 0.43 X12 + 0.43 X13 + 0.75 X14 + 0.33 X15 + 0.33 X16 + 0.38 X17 + 0.43 X18 + 0.43 X19 + 0.33 X20 + 0.33 X21 + 0.38 X22 + 0.43 X23 + 0.43 X24 + 0.75 X25 + 1.90 X38 + 0.50 X57 + 0.60 X58 \leq 24.394$;

Setor de lixa: $1.20 X6 + 1.20 X7 + 1.20 X8 + 0.30 X9 + 0.30 X10 + 0.30 X11 + 0.30 X12 + 0.33 X13 + 0.40 X14 + 0.30 X15 + 0.30 X16 + 0.30 X17 + 0.33 X18 + 0.33 X19 + 0.30 X20 + 0.30 X21 + 0.30 X22 + 0.30 X23 + 0.33 X24 + 0.40 X25 + 0.40 X27 + 0.40 X28 + 0.33 X29 + 0.30 X37 + 1.57 X38 + 0.30 X39 + 0.40 X41 + 0.40 X42 + 0.40 X43 + 0.33 X44 + 0.50 X45 + 0.43 X46 + 0.43 X47 + 0.43 X48 + 0.33 X49 + 0.33 X50 + 0.35 X51 + 0.46 X52 + 0.33 X53 + 0.33 X54 + 0.33 X55 + 0.30 X56 + 0.38 X57 + 0.38 X58 \leq 24.394$;

Setor de solda: $0.50 X2 + 0.86 X3 + 0.50 X4 + 0.86 X5 + 0.50 X30 + 0.50 X31 + 0.50 X32 + 0.50 X33 + 0.50 X34 + 0.43 X35 \leq 8.131$;

Setor de lavagem: $0.60 X2 + 0.60 X3 + 0.60 X4 + 0.60 X5 + 0.60 X30 + 0.60 X31 + 0.60 X32 + 0.60 X33 + 0.60 X34 + 0.60 X35 \leq 8.131$;

Setor de pintura: $0.13 X2 + 0.14 X3 + 0.40 X6 + 0.40 X7 + 0.40 X8 + 0.14 X9 + 0.14 X10 + 0.14 X11 + 0.15 X12 + 0.17 X13 + 0.20 X14 + 0.22 X15 + 0.16 X16 + 0.16 X17 + 0.18 X18 + 0.19 X19 + 0.14 X30 + 0.15 X31 + 0.15 X32 + 0.92 X38 + 0.17 X41 + 0.50 X60 + 0.50 X61 + 0.50 X62 + 0.50 X63 + 0.50 X64 + 0.50 X65 + 0.60 X67 + 0.60 X68 + 0.60 X69 + 0.60 X70 + 0.60 X71 + 0.60 X72 + 0.86 X74 + 0.86 X75 + 0.86 X76 + 0.86 X77 + 0.86 X78 + 0.86 X79 \leq 81.312$;

Setor de polimento: $0.30 X2 + 0.30 X3 + 0.15 X4 + 0.16 X5 + 0.20 X20 + 0.20 X21 + 0.21 X22 + 0.24 X23 + 0.24 X24 + 0.38 X25 + 0.30 X27 + 0.30 X28 + 0.38 X29 + 0.25 X30 + 0.30 X31 + 0.33 X32 + 0.14 X33 + 0.16 X34 + 0.16 X35 + 0.60 X39 + 0.17 X42 + 0.17 X43 + 0.20 X44 + 0.30 X45 + 0.30 X46 + 0.33 X47 + 0.40 X48 + 0.40 X49 + 0.50 X50 + 0.21 X53 + 0.24 X54 + 0.24 X55 + 0.40 X56 + 0.24 X57 + 0.26 X58 \leq 32.525$;

Setor de rebitagem geral: $0.75 X1 + 0.21 X2 + 0.21 X3 + 0.22 X4 + 0.22 X5 + 0.38 X6 + 0.38 X7 + 0.38 X8 + 0.22 X9 + 0.22 X10 + 0.22 X11 + 0.22 X12 + 0.22 X13 + 0.27 X14 + 0.30 X15 + 0.30 X16 + 0.30 X17 + 0.30 X18 + 0.30 X19 + 0.22 X20 + 0.22 X21 + 0.22 X22 + 0.22 X23 + 0.22 X24 + 0.22 X25 + 0.50 X26 + 0.50 X27 + 0.50 X28 + 0.60 X29 + 0.22 X30 + 0.22 X31 + 0.22 X32 + 0.22 X33 + 0.22 X34 + 0.22 X35 + 0.75 X36 + 0.67 X37 + 1.50 X38 + 0.50 X39 + 0.50 X40 + 0.24 X41 + 0.22 X42 + 0.24 X43 + 0.24 X44 + 0.50 X53 +$

$$0.50 X54 + 0.50 X55 + 0.86 X56 + 0.43 X57 + 0.43 X58 \leq 48.787;$$

Setor Mesa: $0.50 X1 + 0.15 X2 + 0.15 X3 + 0.60 X4 + 0.60 X5 + 0.75 X6 + 0.75 X7 + 0.75 X8 + 0.20 X9 + 0.20 X10 + 0.20 X11 + 0.20 X12 + 0.20 X13 + 0.25 X14 + 0.25 X15 + 0.25 X16 + 0.25 X17 + 0.25 X18 + 0.25 X19 + 0.20 X20 + 0.20 X21 + 0.20 X22 + 0.30 X23 + 0.20 X24 + 0.30 X25 + 0.33 X26 + 0.38 X27 + 0.38 X28 + 0.38 X29 + 0.15 X30 + 0.15 X31 + 0.15 X32 + 0.15 X33 + 0.15 X34 + 0.15 X35 + 0.30 X36 + 0.20 X37 + 1.25 X38 + 0.40 X39 + 0.20 X40 + 0.13 X41 + 0.18 X42 + 0.18 X43 + 0.18 X44 + 0.20 X45 + 0.21 X46 + 0.21 X47 + 0.21 X48 + 0.24 X49 + 0.30 X50 + 0.20 X51 + 0.20 X52 + 0.30 X53 + 0.40 X54 + 0.40 X55 + 0.30 X56 + 0.60 X57 + 0.60 X58 + 0.15 X59 + 0.15 X60 + 0.15 X61 + 0.15 X62 + 0.15 X63 + 0.15 X64 + 0.15 X65 + 0.15 X66 + 0.15 X67 + 0.15 X68 + 0.15 X69 + 0.15 X70 + 0.15 X71 + 0.15 X72 + 0.15 X73 + 0.15 X74 + 0.15 X75 + 0.15 X76 + 0.15 X77 + 0.15 X78 + 0.15 X79 \leq 32.525;$

Setor de embalagem: $0.30 X1 + 0.60 X2 + 0.60 X3 + 0.60 X4 + 0.60 X5 + 0.40 X6 + 0.40 X7 + 0.40 X8 + 0.30 X9 + 0.30 X10 + 0.30 X11 + 0.30 X12 + 0.30 X13 + 0.30 X14 + 0.30 X15 + 0.30 X16 + 0.30 X17 + 0.30 X18 + 0.30 X19 + 0.30 X20 + 0.30 X21 + 0.30 X22 + 0.30 X23 + 0.30 X24 + 0.30 X25 + 0.20 X26 + 0.30 X27 + 0.30 X28 + 0.30 X29 + 0.33 X30 + 0.33 X31 + 0.33 X32 + 0.33 X33 + 0.33 X34 + 0.33 X35 + 0.20 X36 + 0.15 X37 + 1.50 X38 + 0.50 X39 + 0.30 X40 + 0.50 X41 + 0.30 X42 + 0.30 X43 + 0.30 X44 + 0.50 X45 + 0.50 X46 + 0.50 X47 + 0.50 X48 + 0.50 X49 + 0.50 X50 + 0.25 X51 + 0.25 X52 + 0.17 X53 + 0.17 X54 + 0.17 X55 + 0.40 X56 + 0.60 X57 + 0.60 X58 + 0.20 X59 + 0.20 X60 + 0.20 X61 + 0.20 X62 + 0.20 X63 + 0.20 X64 + 0.20 X65 + 0.20 X66 + 0.20 X67 + 0.20 X68 + 0.20 X69 + 0.20 X70 + 0.20 X71 + 0.20 X72 + 0.20 X73 + 0.20 X74 + 0.20 X75 + 0.20 X76 + 0.20 X77 + 0.20 X78 + 0.20 X79 \leq 40.656;$

Quantidade mínima produzida de cada item: $X1 \geq 34, X2 \geq 291, X3 \geq 522, X4 \geq 871, X5 \geq 928, X6 \geq 204, X7 \geq 618, X8 \geq 192, X9 \geq 257, X10 \geq 266, X11 \geq 222, X12 \geq 219, X13 \geq 47, X14 \geq 55, X15 \geq 1750, X16 \geq 2289, X17 \geq 2854, X18 \geq 2658, X19 \geq 2010, X20 \geq 455, X21 \geq 741, X22 \geq 708, X23 \geq 474, X24 \geq 249, X25 \geq 88, X26 \geq 491, X27 \geq 409, X28 \geq 544, X29 \geq 326, X30 \geq 177, X31 \geq 315, X32 \geq 276, X33 \geq 349, X34 \geq 690, X35 \geq 506, X36 \geq 424, X37 \geq 780, X38 \geq 4339, X39 \geq 139, X40 \geq 670, X41 \geq 296, X42 \geq 531, X43 \geq 416, X44 \geq 104, X45 \geq 481, X46 \geq 284, X47 \geq 379, X48 \geq 66, X49 \geq 320, X50 \geq 370, X51 \geq 2239, X52 \geq 1360, X53 \geq 237, X54 \geq 355, X55 \geq 197, X56 \geq 638, X57 \geq 163, X58 \geq 247, X59 \geq 345, X60 \geq 112, X61 \geq 581, X62 \geq 169, X63 \geq 188, X64 \geq 466, X65 \geq 183, X66 \geq 458, X67 \geq 272, X68 \geq 1023, X69 \geq 301, X70 \geq 388, X71 \geq 515, X72 \geq 310, X73 \geq 75, X74 \geq 42, X75 \geq 288, X76 \geq 58, X77 \geq 53, X78 \geq 135, X79 \geq 80.$

O software Lindo apresentou os resultados que estão sintetizados nas Tabelas 3 e 4:

Produto	Quantidade a produzir	Produto	Quantidade a produzir	Produto	Quantidade a produzir	Produto	Quantidade a produzir
X1	34	X21	741	X41	296	X61	581
X2	291	X22	708	X42	531	X62	169
X3	522	X23	474	X43	416	X63	188
X4	871	X24	249	X44	18509	X64	466
X5	928	X25	88	X45	481	X65	183
X6	204	X26	491	X46	284	X66	458
X7	618	X27	409	X47	379	X67	272
X8	192	X28	544	X48	66	X68	1023
X9	257	X29	326	X49	320	X69	301
X10	219	X30	177	X50	370	X70	388
X11	47	X31	315	X51	2239	X71	515
X12	55	X32	276	X52	1360	X72	310
X13	47	X33	349	X53	237	X73	75
X14	55	X34	690	X54	355	X74	42
X15	1750	X35	506	X55	197	X75	288
X16	2289	X36	29810	X56	638	X76	58
X17	2854	X37	780	X57	163	X77	53
X18	2658	X38	4339	X58	247	X78	135
X19	6345	X39	139	X59	345	X79	24854
X20	455	X40	741	X60	112		

Fonte: Elaborada pelos autores a partir de resultados do Lindo.

Tabela 3 – Resultados da otimização do mix de 79 produtos

Restrição	Folga ou excesso	Dual Price	Restrição	Folga ou excesso	Dual Price
1-torno próprio	14.260,65	0,00	Min X33	0,00	-1,48
2-torno	0,00	1,57	Min X34	0,00	-1,37
3-prensa leve	6.377,34	0,00	Min X35	0,00	-1,37
4-prensa aliança	0,00	11,34	Min X36	29386,54	0,00
5-refilador leve	5997,45	0,00	Min X37	0,00	-1,87
6-refilador aliança	3470,37	0,00	Min X38	0,00	-16,12
7-prensa tampa	5060,20	0,00	Min X39	0,00	-2,48
8-refilador tampa	8178,06	0,00	Min X40	0,00	-0,51
9-lixadores	0,00	4,84	Min X41	0,00	-0,92
10-solda	5181,91	0,00	Min X42	0,00	-1,43
11-lavagem	5176,00	0,00	Min X43	0,00	-1,25
12-pintura	49186,79	0,00	Min X44	18405,77	0,00
13-polidores	25346,19	0,00	Min X45	0,00	-1,81
14-rebitadeira	5136,62	0,00	Min X46	0,00	-1,54
15-mesa	0,00	5,83	Min X47	0,00	-1,58
16-embalagem	4033,05	0,00	Min X48	0,00	-1,39
Min X1	0,00	-0,43	Min X49	0,00	-1,98
Min X2	0,00	-1,21	Min X50	0,00	-2,22
Min X3	0,00	-1,45	Min X51	0,00	-2,20
Min X4	0,00	-3,92	Min X52	0,00	-2,80
Min X5	0,00	-4,14	Min X53	0,00	-2,55
Min X6	0,00	-3,18	Min X54	0,00	-3,03
Min X7	0,00	-2,12	Min X55	0,00	-2,96
Min X8	0,00	-1,04	Min X56	0,00	-1,91
Min X9	0,00	-1,40	Min X57	0,00	-4,13
Min X10	0,00	-1,51	Min X58	0,00	-4,15
Min X11	0,00	-1,70	Min X59	0,00	-0,41
Min X12	0,00	-1,59	Min X60	0,00	-0,38
Min X13	0,00	-1,34	Min X61	0,00	-0,38
Min X14	0,00	-2,20	Min X62	0,00	-0,38
Min X15	0,00	-0,52	Min X63	0,00	-0,38
Min X16	0,00	-0,27	Min X64	0,00	-0,38
Min X17	0,00	-0,11	Min X65	0,00	-0,38
Min X18	0,00	-0,03	Min X66	0,00	-0,33
Min X19	4335,62	0,00	Min X67	0,00	-0,29
Min X20	0,00	-1,39	Min X68	0,00	-0,29
Min X21	0,00	-1,50	Min X69	0,00	-0,29
Min X22	0,00	-1,52	Min X70	0,00	-0,29
Min X23	0,00	-2,14	Min X71	0,00	-0,29
Min X24	0,00	-1,43	Min X72	0,00	-0,29
Min X25	0,00	-3,31	Min X73	0,00	-0,05
Min X26	0,00	-0,65	Min X74	0,00	0,00
Min X27	0,00	-2,75	Min X75	0,00	0,00
Min X28	0,00	-2,58	Min X76	0,00	0,00
Min X29	0,00	-1,43	Min X77	0,00	0,00
Min X30	0,00	-1,20	Min X78	0,00	0,00
Min X31	0,00	-1,08	Min X79	24774,28	0,00
Min X32	0,00	-1,11			

Fonte: Elaborada pelos autores a partir de resultados do Lindo.

Tabela 4 – Variáveis de folga e excesso e dual prices

Na sequencia, com as quantidades produzidas, por meio das informações contidas na Tabela

3, o modelo encontrou uma quantidade ótima de produção para cada item, permitindo assim, maximizar a Função Objetivo, ou seja, maximizar a margem de contribuição total.

Um aspecto interessante observado neste trabalho foi a facilidade em se identificar gargalos no sistema produtivo. No caso em questão, os setores 2, 4, 9 e 15 estão sendo utilizados em sua capacidade máxima. Já a folga exemplo do setor 01, indica tempo de ociosidade que pode ser canalizado para outras atividades.

7. Conclusões

As dificuldades encontradas pela indústria nacional fizeram com que a busca por informações com qualidade passassem a ter grande importância no apoio à tomada de decisões. O presente artigo deixou clara a importância destas informações, as quais devem ser levantadas de forma lógica e racional, permitindo ao gestor criar situações de restrições com grande complexidade, em ambiente simulado, sem criar riscos para a empresa, além de fornecer dados confiáveis e com grande agilidade.

Com a utilização da programação linear foi possível atender a produção mínima de cada item, exigida pela demanda atual; melhorar consideravelmente a margem de lucro e identificar os gargalos de produção. No entanto, mesmo se optando pela produção dos produtos de maior margem de contribuição, em uma indústria que possui inúmeras restrições produtivas e mercadológicas, isto não garantirá uma maior rentabilidade para a empresa

Levando-se em conta que o *software* utilizado é gratuito, que atualmente a utilização de computadores é uma realidade na maioria das empresas, e que o número de variáveis envolvidas na tomada de decisão é cada vez maior, fato que contribui para o aumento de sua complexidade, acredita-se que o uso de ferramentas que auxiliem os gestores, ocupará cada vez mais espaço entre eles e essas, somadas à experiência profissional da equipe, fará com que os riscos sejam minimizados.

Estudos futuros poderão utilizar-se da análise de sensibilidade e desta forma, dar um suporte ainda melhor aos gestores da empresa.

Referências

- ANDRADE, E. *Introdução à pesquisa operacional*. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- CAIXETA FILHO, J. V. *Pesquisa operacional: Técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais*. São Paulo: Atlas, 2001.
- COLODETI, E.F.; ZUCOLOTTI, R. *Estudo de viabilidade de um projeto utilizando a programação linear, VIII Fórum de Estudantes e Profissionais de Contabilidade do Estado do Espírito Santo – O Marketing e a Valorização do Profissional Contábil - 30/10 a 01/11/2003 no SESC - Praia Formosa Aracruz – ES*.
- CORRAR, L. J. ; GARCIA, E. A. R. *Programação linear: uma aplicação à contabilidade de custos no processo de tomada de decisão*. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE CUSTOS, 2001, León. Disponível em: <http://www.intercostos.org/documentos/Trabajo0_66.pdf>. Acesso: em 03/07/2011.
- FIEP. *Importância do Arranjo Produtivo Local*. Disponível em: <<http://www.fiepr.org.br/sindicatos/sindimetalso/apluminiosudoeste/FreeComponent8097content47507.shtml>>. Acesso em: 05/07/2011.
- FROSSARD, A. C. P. *Programação Linear: Maximização de Lucro e Minimização de Custos*. Revista Científica da Faculdade Lourenço Filho. v.6, n.1, 2009.
- GARCIA, S.; GUERREIRO, R.; CORRAR, L. J. *Teoria das restrições e programação linear*. Anais do V Congresso Internacional de Custos – Acapulco – México, julho de 1997.
- GOLDBARG, M. C. e LUNA, H. P. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 649p.
- HORNGREN, C. T. *Introdução à contabilidade gerencial*. 5. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 1981.

KLANN R., CUNHA P., SILVA J. , SCARPIN J. *Utilização da Programação Linear na Otimização de Resultados de uma Empresa do Ramo de Transporte Rodoviário de Cargas*, publicado ABCUSTOS Associação Brasileira de Custos – v.V, n.1, jan./abr. 2010. p. 110-131.

KOTLER, P. *Administração de Marketing: a edição do novo milênio*. 10. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2000. 420p.

MARETH, T.; PAIM, E. S. E.; PIENIZ, L. P.;; ERTHAL, F. S.; *Programação linear como ferramenta de apoio a gestão de custos: um estudo de caso em uma indústria de usinagem*. XLII SBPO simpósio, 2010.

MARTINS; LAUGENI. *Administração da Produção*. São Paulo: Saraiva, 2005.

MIRANDA, G. J; MARTINS, V. F; FARIA. A. F. *O uso da programação linear num contexto de laticínios com várias restrições na capacidade produtiva, Custos e agronegócio on-line - v. 3 – Edição Especial – Maio, 2007. 46p.*

MODÉ, L. *Aumenta a concorrência entre empresas*. O Estadão. 29/08/2010. Disponível em: <<http://www.estadao.com.br/noticias/impresocresce-a-competicao-entre-empresas,601865,0.htm>>. Acesso em: 10/08/2011.

MOREIRA, D. A. *Pesquisa operacional: curso introdutório*. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

NETO, A. R.; DEIMLING, M. F.; TOSATI, M. C. *Aplicação da programação linear no planejamento e controle de produção: definição do mix de produção de uma indústria de bebidas*. XIII SIMPEP - Bauru, SP, Brasil, 6 a 8 de Novembro de 2006.

NOSSA, V.; CHAGAS, J.F. *Usando Programação Linear na Contabilidade Decisória, apresentado no V Congresso Internacional de custos*, em Acapulco, México, em julho/97, publicado na Revista Brasileira de Contabilidade (RBC) nº 107, de set/out de 1997 e na Revista COSTOS Y GESTION nº 27, março/1998, editada pelo Instituto Argentino de Profesores Universitários de Costos (IAPUCO).

PRADO, D. S. *Programação linear*. 4. ed. Nova Lima (MG): INDG Tecnologia e serviços Ltda., 2004.

SILVA, E. M.; SILVA, E. M.; GONÇALVES, V.; MUROLO, A. C. *Pesquisa operacional. Para os cursos de: economia, administração e ciências contábeis*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1998.

SLACK, N.; CHAMBERS, S; JOHNSTON, R. *Administração da Produção*. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2002.