

Proposta de melhoria de um Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos em uma rede de fast-food

Danilo Eustáquio Luiz de Araújo (UFOP) danilocedro10@gmail.com
Josiane Angélica Xavier Silote (UFOP) josianesilote@hotmail.com
Analu Batista Torquato Araújo (UFOP) analutqt@gmail.com
Renata de Paiva Silva (UFOP) renatapaiva.ufop@gmail.com
Clarisse da Silva Vieira (UFOP) clarisse@cead.ufop.br

Resumo:

A busca por reconhecimento no mercado tem levado as empresas a buscar diferenciais competitivos que as coloquem em posição de destaque. Para tanto, diversas ferramentas podem ser utilizadas sendo, uma delas, o Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR). O objetivo deste artigo, baseado em um modelo já existente na literatura, é propor melhorias no sequenciamento de uma rede de fast food, de forma que o tempo de execução de suas atividades seja o menor possível. Para isso, foram propostas contribuições no modelo inicial de Artigues et al. (2003), bem como melhorias nos procedimentos adotados no artigo estudado, quanto aos recursos e suas quantidades. Os resultados obtidos foram favoráveis, posto que o tempo de execução das atividades foi reduzido, conforme esperado.

Palavras chave: Problema de Sequenciamento, fast food, PSPRR.

Proposal for improvement of a Resource-Constrained Project Scheduling Problem in a fast food chain

Abstract:

The search for recognition in the market has led companies to seek competitive advantages that put them in a prominent position. Therefore, various tools can be used. One of them is Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP). The purpose of this article, based on a model already existing in the literature, is to propose improvements in sequencing a fast food chain, so that the execution time of its activities is minimized. For this, it has been proposed contributions in the initial model of Artigues et al. (2003), as well as improvements in the procedures adopted in the study article, as resources and their quantities. The results were favorable, since the time of execution of the activities has been reduced as expected.

Keywords: Scheduling Problem, fast food, RCPSP.

1. Introdução

O Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR) busca determinar o menor tempo possível de execução das suas atividades. Para isso ele avalia o total

de recursos disponíveis, a quantidade necessária de recursos para realizar essas atividades e o tempo de execução de cada tarefa. Tais problemas são utilizados por diversas empresas de produtos e serviços para melhoria da eficiência operacional com o intuito de se solidificarem no mercado de trabalho.

O PSPRR garante a otimização do tempo de processamento, permitindo que empresas cumpram datas estabelecidas, utilize seus recursos da melhor forma, aumente a capacidade produtiva, reduza os custos de produção tornando a empresa mais competitiva.

Segundo Montalvão (2011) *et al.* (apud Vieira, 2010) o objetivo dos Problemas de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos é minimizar o makespan $C_{max} = \max_{i \in V} S_i$, onde S_i é a data de início da atividade i , ou seja, minimizar o S_{n+1} ou minimizar o tempo total de processamento de todas as tarefas. Muitos desses problemas podem ser melhorados. Para isso é necessário que se façam alterações em sua estrutura. Este artigo vai tratar desse problema de sequenciamento, apresentando a estrutura do mesmo, que foi dividida em 5 seções.

Primeiramente, na seção 2, escreve-se o referencial teórico que foi utilizado como base para a formulação do presente artigo e onde a formulação proposta por Artigues, Michelon e Reusser (2003) é apresentada. Em seguida, propõem-se algumas importantes contribuições, com o objetivo de um aprimoramento da formulação inicial. A seção 4 apresenta um estudo de caso de uma empresa de fast-food a partir da implementação do modelo melhorado apresentado na seção anterior. Na seção 5 conclui-se o artigo apresentando perspectivas futuras.

2. Referencial Teórico

Informalmente, um projeto pode ser definido como um empreendimento único, consistindo de um conjunto de atividades com relações de precedência que devem ser executadas usando diversos e limitados recursos da organização (ARTIGUES; LEUS; NOBIBON; 2013). Para Artigues, Leus e Nobibon (2013) o sequenciamento de projetos é útil para decidir quando as atividades devem ser começadas e terminadas e como recursos escassos podem ser alocados nelas. Damay, Quilliot e Sanlaville (2007) complementam que as restrições de recursos especificam que cada atividade requer quantidades constantes de recursos renováveis enquanto estão sendo processadas, tais recursos têm capacidades limitadas.

Diante disso, o Problema de Sequenciamento de Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR) tem aplicação em diversos setores, conforme mencionam Brucker *et al.* (1999) tais como engenharia de construção e desenvolvimento de software. Os autores ainda complementam que o PSPRR é cada vez mais importante em empresas cujo processo produtivo é *make-to-order*.

O PSPRR, conforme destaca Ballestín (2007), é uma generalização dos problemas de *job shop* e é tratado como um NP-difícil. Segundo Vaca (1995), NP são todos os problemas resolvidos computacionalmente em tempo polinomial não determinístico. Negreiro e Barbosa (2013), os procedimentos para solucionar os problemas PSPRR podem ser obtidos da Otimização Combinatória por meio de técnicas apropriadas. Segundo os autores Negreiro e Barbosa (2013), “a otimização combinatória é uma área da matemática computacional que utiliza grupos de procedimentos para resolver problemas de natureza combinatorial”. O primeiro grupo, segundo os autores, são os procedimentos heurísticos que procuram produzir soluções de boa qualidade para problemas NP-difíceis; e o segundo grupo são os procedimentos ótimos, ou exatos, que de acordo Negreiro e Barbosa (2013) “envolvem alguma forma de programação matemática com busca enumerativa implícita de soluções ou outro procedimento analítico mais rigoroso”.

Vários autores têm proposto alguns métodos para resolver os problemas PSPRR como, por exemplo, Bhaskar, Pal e Pal (2011) que aconselham um método *fuzzy* com tempos aproximados das atividades para resolver o problema de sequenciamento. Brucker e Knust (2000) propõem uma formulação baseada em limites inferiores e programação linear. Damay, Quilliot e Sanlaville (2007) resolvem o problema de PSPRR usando um modelo de programação linear, tomando como base as atividades serem ou não preemptivas.

O PSPRR, segundo Bruker e Knust (2000), pode ser formulado da seguinte forma: dado n atividades $i = 1, \dots, n$ e r recursos renováveis. Uma quantidade constante de R_k unidades do recurso k está disponível. Atividade i deve ser processada por p_i unidades de tempo. Durante este período de tempo uma quantidade constante de r_{ik} unidades de recurso k está ocupada. Os valores R_k, p_i, r_{ik} e são inteiros não negativos. Relações de precedência $(i, j) \in A$ são definidas entre as atividades. O objetivo é determinar os tempos de início S_i para as atividades $i=1, \dots, n$, de modo que: em cada tempo t a demanda total de recurso é menor ou igual a disponibilidade de recursos para cada tipo de recurso; as relações de precedência dadas são cumpridas, isto é, $S_i + p_i \leq S_j$, para todo $(i, j) \in A$; o makespan $C_{max} = \max_{i=1}^n C_i$ é minimizado, onde $C_i := S_i + p_i$ é o tempo de conclusão da atividade i .

Artigues, Michelon e Reusser (2003) propuseram um modelo para o PSPRR onde o problema é tratado como um fluxo de recursos com uma Programação Linear Inteira Mista. Tal formulação está representada pelas equações (1) a (9), antes, porém, é necessário definir alguns termos, conforme apresentado por Montalvão *et al.* (2011) :

- $V = \{1, \dots, n\}$ é o conjunto de atividades.
- $\mathcal{R} = \{1, \dots, r\}$ é o conjunto de recursos renováveis.
- E é o conjunto de restrições de precedência de atividades do projeto. A atividade j só pode ser iniciada após a conclusão da atividade i .
- s e t : atividades fictícias representando o início e o fim do projeto, respectivamente.
- r_{ik} : quantidade do recurso k necessário para que a atividade i seja executada.
- p_i : tempo de processamento da atividade i .
- M e N : constantes arbitrárias grandes.
- f_{ijk} : fluxo do recurso k da atividade i para a atividade j .
- x_{ij} : variável binária que estabelece se atividade i precede j .
- S_i : data de início da atividade i .

A formulação proposta por Artigues, Michelon e Reusser (2003) é:

$$\min C_{max} \tag{1}$$

$$s. a. x_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in E, \tag{2}$$

$$S_j - S_i - Mx_{ij} \geq p_i - M \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \tag{3}$$

$$f_{ijk} - Nx_{ij} \leq 0 \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \quad \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R}, \tag{4}$$

$$\sum_{j \in V \cup \{t\}} f_{ijk} = r_{ik} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall k \in \mathcal{R}, \tag{5}$$

$$\sum_{i \in V \cup \{s\}} f_{ijk} = r_{jk} \quad \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R}, \tag{6}$$

$$C_{max} \geq S_i + p_i \quad \forall i \in V, \tag{7}$$

$$f_{ijk} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \quad \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R}, \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \quad \forall j \in V \cup \{t\} \quad (9)$$

A equação 1 mostra o objetivo do problema de sequenciamento, que é minimizar o C_{max} . Na equação 2, temos as restrições relacionadas às relações de precedência. As restrições em (3) mostram as relações de sequenciamento entre as atividades. As restrições em (4) descrevem a ligação entre as variáveis f_{ijk} e x_{ij} . As restrições (5) e (6) mostram que a entrada e saída de fluxo de uma atividade em um recurso k deve ser igual a sua capacidade requerida em cada recurso, isto é, a propriedade de conservação do fluxo. Na restrição (7) é definido o tempo total de execução do projeto. As restrições (8) e (9) mostram o domínio das variáveis f_{ijk} e x_{ij} .

3. Modelo melhorado do PSPRR

A seguir temos a proposta melhorada para o modelo descrito na seção anterior:

$$\min S_i \quad (10)$$

$$s. a. \quad x_{ij} = 1 \quad \forall (i, j) \in E, \quad (11)$$

$$S_j - S_i - x_{ij} \sum_{h \in V} p_h \geq p_i - \sum_{h \in V} p_h \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \quad (12)$$

$$f_{ijk} - x_{ij} \max(r_{ik}) \leq 0 \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \quad \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R}, \quad (13)$$

$$\sum_{j \in V \cup \{t\}} f_{ijk} = r_{ik} \quad \forall i \in V \cup \{s\}, \forall k \in \mathcal{R}, \quad (14)$$

$$\sum_{i \in V \cup \{s\}} f_{ijk} = r_{jk} \quad \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in \mathcal{R}. \quad (15)$$

A função objetivo agora é minimizar S_i pois é a data de início da última atividade (fictícia) e, minimizando essa data, conseqüentemente a duração do projeto é minimizada.

Os parâmetros M e N passaram a ser calculados e deixaram de ser atribuídos aleatoriamente. O somatório, $\sum p_h$, é um valor válido atribuído para o parâmetro M e o máximo, $\max(r_{ik})$, é o valor válido atribuído para o parâmetro N .

No modelo proposto, as restrições (2), as restrições (5) e as restrições em (6) são as mesmas propostas na formulação anterior (ARTIGUES;MICHELON; REUSSER; 2003).

A seguir, apresenta-se o modelo em linguagem computacional:

```
minimize Makespan: Si[t];

s.t. R1{i in V, j in V: (i,j) in E}:
xij[i,j] = 1;

s.t. R2{i in V, j in V: i != t and j != s }:
Si[j] - Si[i] - sum{h in V}pi[h]*xij[i,j] >= pi[i] - sum{h in V}pi[h];

s.t. R3{i in V, j in V, k in R: i != t and j != s }:
fijk[i,j,k] - max{rik[i,k]}*xij[i,j] <= 0;

s.t. R4{k in R, i in V: i != t }:
sum{j in V: j != s and i!=j}fijk[i,j,k] = rik[i,k];

s.t. R5{k in R, j in V: j != s }:
sum{i in V: i !=t and i!=j}fijk[i,j,k] = rik[j,k];

end;
```

Figura 1- Linguagem computacional do modelo

Fonte: Elaboração própria

O modelo proposto nesta seção foi desenvolvido durante a realização da disciplina “Modelagem Matemática em Sequenciamento da Produção” do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Ouro Preto.

4. Estudo de caso

Conforme anteriormente visto, contribuições foram agregadas ao protótipo inicial, de forma que pudéssemos utilizá-las em um caso prático. O presente trabalho baseia-se no artigo de Santos *et al.* (2010), cujo título é “O Uso do PERT/CPM em uma Empresa de Fast Food”. O objetivo é implementar uma melhoria nos procedimentos apresentados no artigo, por meio da aplicação do modelo proposto.

O objetivo do artigo mencionado é a aplicação da técnica PERT/CPM e uma empresa de fast food, por meio da análise do caminho crítico e a sugestão de melhorias para redução do tempo gasto entre o pedido e a entrega final da refeição. Para tanto, foi apresentada a relação das atividades desenvolvidas na empresa (eventos antecedentes e subsequentes), que podem ser vistas na tabela que segue:

Quadro 1- Relação das atividades (eventos antecedentes e subsequentes)

Atividades	Eventos		Tempo Esperado (min)
	Antecedente	Subsequente	
A	1	2	10,2
B	2	3	1,1
C	3	4	1
D	4	5	0,5
E	5	6	1
F	6	7	0,2
G	7	8	6,8
H	8	9	1,2
I	9	13	2,3
J	7	10	0,6
K	10	11	0,6
L	11	13	0,6
M	10	12	1,2
N	12	13	0,5
O	13	14	0,2
P	14	15	2,3
Q	15	16	0,6
R	16	17	0,6

Fonte: Santos *et al.* (2010)

Trata-se da estimativa de tempo gasto nos serviços apresentados nos itens de A a R. No artigo, a partir dessa relação, foi construída uma rede PERT/CPM e o Diagrama de Gantt, que possibilitaram a observação de falhas e a sugestão de melhorias que reduzissem o tempo. O tempo total gasto na prestação de serviços após a melhoria proposta pelos autores, foi de 31,5 minutos.

No intuito de checar o resultado apresentado pelo artigo objeto do presente estudo de caso, utilizamos os dados fornecidos na tabela anterior para dar forma aos procedimentos desenvolvidos, por meio da criação do grafo a seguir:

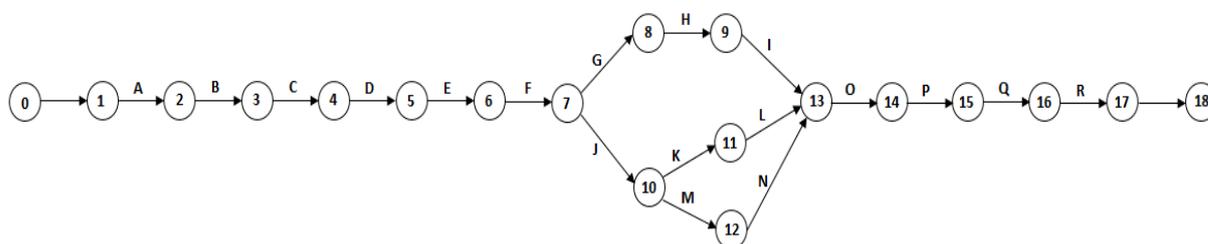


Figura 2- Grafo referente ao Quadro 1

Fonte: Elaboração própria

A partir do grafo supracitado, inserimos os dados disponíveis em nosso modelo melhorado, exposto na seção 3 do presente artigo. Por meio desta ação, pudemos verificar que o tempo total gasto nos procedimentos é, de fato, de 31,5 minutos, conforme disposto abaixo:

```

C:\Users\engpro\Desktop\GnuWin32\bin\fastfood.sol - Notepad++
Arquivo Editar Localizar Visualizar Formatar Linguagem Configurações Macro Executar TextFX Plugins Janela ?
artigues.dat danilo.dat danilo.dat trabalho.bd trabalho.sol fastfood.sol
1 Problem: fastfood
2 Rows: 1580
3 Columns: 1464 (361 integer, 361 binary)
4 Non-zeros: 4609
5 Status: INTEGER OPTIMAL
6 Objective: Makespan = 31.5 (MINimum)
7
8 No. Row name Activity Lower bound Upper bound
9 -----
10 1 Makespan 31.5
11 2 R1[0,1] 1 1 =
12 3 R1[1,2] 1 1 =
13 4 R1[2,3] 1 1 =
14 5 R1[3,4] 1 1 =
15 6 R1[4,5] 1 1 =
16 7 R1[5,6] 1 1 =
17 8 R1[6,7] 1 1 =
18 9 R1[7,8] 1 1 =
19 10 R1[7,10] 1 1 =

```

Figura 3 - Makespan obtido com um garçom

Fonte: Elaboração própria

Pôde-se verificar, desta forma, que o modelo proposto pelo artigo encontrou solução ótima com os recursos disponíveis, porém checando-se através do modelo apresentado pelo presente trabalho. Dessa forma, o objetivo do presente estudo de caso é contribuir para o tempo gasto seja ainda menor. Para tanto, dar-se-á uma contribuição ao modelo inicialmente proposto pelos autores.

Observe-se que no citado modelo existem apenas dois recursos disponíveis, o cliente e o garçom, e no presente artigo foi acrescentado mais um recurso, o caixa. A proposta de melhoria seria a inclusão de mais um garçom, de forma que o outro garçom não fique sobrecarregado com as atividades. A figura do caixa assumiu as atividades B, C, D e F dispostas no grafo acima. Após a adição do novo garçom, veja-se o tempo estimado para a conclusão das atividades:

```

C:\Users\engpro\Desktop\GnuWin32\bin\fastfood.sol - Notepad++
Arquivo Editar Localizar Visualizar Formatar Linguagem Configurações Macro Executar TextFX Plugins Janela ?
artigues.dat danilo.dat danilo.dat trabalho.bt trabalho.sol fastfood.sol
1 Problem: fastfood
2 Rows: 1580
3 Columns: 1464 (361 integer, 361 binary)
4 Non-zeros: 4609
5 Status: INTEGER OPTIMAL
6 Objective: Makespan = 29.7 (MINimum)
7
8 No. Row name Activity Lower bound Upper bound
9 -----
10 1 Makespan 29.7
11 2 R1[0,1] 1 1 =
12 3 R1[1,2] 1 1 =
13 4 R1[2,3] 1 1 =
14 5 R1[3,4] 1 1 =
15 6 R1[4,5] 1 1 =
16 7 R1[5,6] 1 1 =
17 8 R1[6,7] 1 1 =
18 9 R1[7,8] 1 1 =
19 10 R1[7,10] 1 1 =
20 11 R1[8,9] 1 1 =
21 12 R1[9,13] 1 1 =
22 13 R1[10,11] 1 1 =
    
```

Figura 4 - Makespan obtido com dois garçons

Fonte: Elaboração própria

Conclui-se, portanto, que com a inclusão de um novo garçom o tempo estimado pode ser melhorado. A redução no tempo gasto do início ao final do procedimento foi de 5,7% (cinco vírgula sete por cento), o que representa uma redução significativa quando somamos todos os atendimentos feitos em um ano.

Entretanto, deve-se observar que a inclusão de um novo funcionário traz gastos extras ao proprietário do fast food. Assim sendo, atenta-se para a necessidade de que um cálculo dos ganhos com a redução do tempo e dos gastos com um funcionário a mais seja feito, de forma que se verifique se vale a pena a contratação de um novo funcionário, do ponto de vista econômico.

Atente-se para o fato de que outros testes foram feitos com o modelo melhorado, consistindo na inclusão de mais recursos (caixa e garçom). Os testes foram realizados com 3 (três) e 12 (doze) garçons, bem como com 2 (dois) caixas. Porém, notou-se que nenhuma melhoria no tempo foi alcançada com a inclusão de tais recursos. A melhoria pôde ser verificada apenas com a inclusão de 1 (um) garçom. Trata-se, portanto, do melhor rearranjo possível segundo o modelo proposto pelo presente trabalho.

5. Conclusão

O presente artigo apresenta uma formulação ao Problema de Sequenciamento de Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR) com algumas melhorias aplicadas. De acordo com tal formulação e com os resultados encontrados, foi identificado um melhor desempenho

computacional na resolução do PSPRR em relação ao tempo de execução do modelo e à quantidade de memória utilizada. Observou-se, além de um melhor desempenho computacional, que a formulação apresenta o valor ótimo com uma combinação diferente entre a execução das atividades, de acordo com o recurso aumentado.

É essencial que para aplicação do modelo apresentado seja feita uma análise da viabilidade econômica, para se concluir a viabilidade de sua implementação. Caso seja viável a sua implementação o estabelecimento poderá alcançar vantagem competitiva frente aos seus concorrentes.

Sugere-se para estudos futuros a análise do modelo em um estabelecimento de maior porte e com maior complexidade, de modo a comprovar sua total eficiência.

Referências

- ARTIGUES, Christian; LEUS, Roel; NOBIBON, Fabrice Talla.** *Robust optimization for resource-constrained project scheduling with uncertain activity durations*, Flexible Services and Manufacturing Journal, (2013) 25: 175-205.
- ARTIGUES, Christian; MICHELON, Philippe; REUSSER, Stéphanne.** *Insertion techniques for static and dynamic resource-constrained project scheduling*. European Journal Of Operational Research 149 (2003): 249-267
- BALLESTÍN, Francisco.** *When it worthwhile to work with the stochastic RCPSP?* J Sched (2007) 10: 153-166
- BHASKAR, Tarun; PAL, Manabendra N.; PAL, Asim K.** *A heuristic method for RCPSP with fuzzy activity times*. European Journal Of Operational Research 208 (2011): 57-66.
- BRUCKER, Peter; DREXL, Andreas; MOHRING, Rolf; NEUMANN, Klaus; PESCH, Erwin.** *Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models and methods*. European Journal Of Operational Research. 112 (1999): 3-41
- BRUCKER, Peter; KNUST, Sigrid.** *A linear programming and constraint propagation-based lower bound for the RCPSP*. European Journal Of Operational Research 127 (2000) 355-362.
- DAMAY, Jean; QUILLIOT, Alain; SANLAVILLE, Eric.** *Linear programming based algorithms for preemptive and non-preemptive RCPSP*. European Journal Of Operational Research. 182 (2007): 1012-1022.
- MONTALVÃO, Eduardo Henrique Reis; MARTINS, Filipe da Rocha; MATTIOLI, Gabriela Goes; HANCKUK, Lucas Henrique; PASTOUKOV, Andrei.** *Um modelo de programação linear inteira para o problema de sequenciamento em projetos com restrição de recursos*. XXXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Belo Horizonte, outubro de 2011. Disponível em: <www.abepro.org.br/.../enegep2011_TN_STO_140_885_18406.pdf> Acesso em 22 de julho de 2016
- NEGREIRO, Marcos; BARBOSA, Willame Tiberio.** *O problema de alocação de recursos e seleção de múltiplos projetos de TI*. Revista de Gestão e Processos, São Paulo, v.4, n.2, p27-49, maio/ago. 2013.
- SANTOS, Roberta de Lourdes Silva, et al.** *O uso do pert/cpm em uma empresa de fast food*. XXX Encontro Nacional de Engenharia da Produção. São Carlos, 2010. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2010_TN_STO_113_740_17314.pdf> Acesso em 23 de julho de 2016.
- VACA, O. C. L.** *Um Algoritmo Evolutivo para a Programação de Projetos Multi-Modos com Nivelamento de Recursos Limitados*. Tese de Doutorado. UFSC. Florianópolis: 1995. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/76312>> Acesso em 12 de julho de 2016.