

Estudo de cargas móveis em estruturas isostáticas por meio do traçado experimental de linhas de influência

Giana Rachinski D'Agostini (UTFPR Pato Branco) giana_dagostini@hotmail.com

Jaqueline Maria Borsatti (UTFPR Pato Branco) jaqueborsatti@hotmail.com

Paulo Henrique Ferreira Gustani (UTFPR Pato Branco) pgustani@gmail.com

Heloiza A. Piassa Benetti (UTFPR Pato Branco) hpiassa@hotmail.com

Resumo

O presente artigo possui como objetivo descrever o estudo experimental do comportamento de cargas móveis em estruturas isostáticas por meio da obtenção dos diagramas de linhas de influência de reação de apoio, esforço cortante e momento fletor para três configurações distintas de vigas biapoiadas submetidas a uma carga móvel concentrada. Para o projeto, foi elaborado um equipamento composto por painéis de madeira e uma barra prismática com ganchos e pesos, sustentada por molas de comportamento linear e sujeita a deflexões em decorrência do posicionamento da carga móvel. Entre os resultados estão a correlação entre os dados teóricos e experimentais e a obtenção do erro de divergência entre os mesmos. O experimento permite observar o efeito do posicionamento de cargas móveis sobre a estrutura e compreender o comportamento de estruturas similares a pontes.

Palavras-chave: Linhas de influência. Modelos estruturais. Engenharia – Estudo e ensino.

Study of moving loads in isostatic structures by experimental drawing of influence lines

Abstract

The present work aims to describe the experimental study of the behavior of moving loads in isostatic structures by obtaining diagrams of influence lines of support reaction, shear stress and bending moment for three different configurations of simply supported beams subjected to a concentrated moving load. For the project was elaborated a device consisting of wood panels and a prismatic bar with hooks and weights supported by linear springs and subjects to deflections due to the positioning of the moving load. Among the results are the correlation between the theoretical and experimental data and the obtaining the error of divergence between them. The experiment allows to observe the effect of positioning of moving loads on the structure and to understand the behavior of structures similar to bridges.

Key-words: Influence lines. Structural models. Engineering – Study and teaching.

1. Introdução

Os conceitos e métodos apresentados em disciplinas da área de Estruturas encontram-se passíveis de serem mal interpretados por acadêmicos de cursos de Engenharia devido à reduzida abordagem experimental e prática atribuída a eles. Dessa forma, visando maximizar o entendimento dos acadêmicos e criar um forte vínculo entre concepção e dimensionamento estruturais, o Departamento Acadêmico de Construção Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Câmpus Pato Branco, em sua linha de pesquisa em “Estudo de

dispositivos para o ensino de engenharia”, vem introduzindo projetos cujo objetivo é pormenorizar o comportamento de estruturas por meio da investigação experimental de modelos estruturais reduzidos, servindo os mesmos como material de apoio para o ensino.

Um desses projetos tem por finalidade introduzir o conceito de linhas de influência nas disciplinas de Teoria das Estruturas I e II, por meio de um dispositivo onde a representação se é facilitada com a obtenção direta das ordenadas y do traçado, para as reações de apoio e, por conseguinte, dos esforços de momento fletor e força cortante. O experimento correlaciona o resultado algébrico ao prático, permitindo ao acadêmico não somente determinar os esforços máximos e mínimos provocados por cargas móveis, como também, conhecer o efeito destas em estruturas como pontes, viadutos, passarelas e estruturas para garagem, abordando também os conceitos de trem-tipo e de cargas permanentes e acidentais.

De acordo com a ABNT NBR 8681 (2003), cargas permanentes são aquelas que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação durante praticamente toda a vida da estrutura, enquanto que as acidentais são aquelas que podem ou não ocorrer na estrutura e englobam as ações variáveis que atuam em função de seu uso (pessoas, mobiliários, veículos, etc.) e as cargas móveis, cujo efeito sobre a estrutura depende não somente de sua magnitude como também de sua posição na mesma.

2. Metodologia

O experimento foi realizado para três condições diferentes de vigas biapoiadas: (i) viga simplesmente apoiada com apoios nas extremidades, (ii) viga simplesmente apoiada com um balanço e (iii) viga simplesmente apoiada com dois balanços. Primeiramente, a fim de confrontar os dados experimentais com a abordagem teórica, foi realizada uma análise algébrica na qual foram levantadas as equações que descrevem as reações de apoio para as três configurações descritas. A Tabela 1 apresenta todas as equações para as reações de apoio do estudo, onde x é a posição da carga móvel, ℓ_1 é o vão entre os apoios e ℓ_2 o comprimento dos balanços. A equação que descreve a linha de influência é função direta da seção na qual se deseja conhecer o esforço (x_0) e das várias posições (x) da carga móvel ao longo da estrutura. Entretanto, é possível observar nas equações descritas na Tabela 1, que a magnitude das reações independe de x_0 , visto que os apoios possuem seções fixadas geometricamente.

Condição da viga simplesmente apoiada	Reações de apoio	
	R_A	R_B
(i) apoios nas extremidades	$\frac{P \cdot (\ell_1 - x)}{\ell_1}$	$\frac{P \cdot x}{\ell_1}$
(ii) um balanço	$\frac{P \cdot (\ell_1 - x)}{\ell_1}$	$\frac{P \cdot x}{\ell_1}$
(iii) dois balanços	$\frac{P \cdot (\ell_1 + \ell_2 - x)}{\ell_1}$	$\frac{P \cdot (x - \ell_2)}{\ell_1}$

Fonte: Autoria própria (2017)

Tabela 1 – Equacionamento para as reações de apoio de vigas sujeitas à ação de uma carga móvel unitária P

Uma linha de influência trata da representação do valor de um efeito elástico – reação de apoio, momento fletor, esforço cortante, etc. – em uma dada seção produzido por uma carga concentrada unitária, de cima para baixo, que percorre a estrutura (SÜSSEKIND, 1981). Dessa

forma, a fim de reproduzir o comportamento dessa carga móvel, para a execução do projeto, foi elaborado um dispositivo capaz de simular o deslocamento da mesma sobre uma viga simplesmente apoiada.

O dispositivo consiste de uma base formada por duas placas retangulares de OSB (Oriented Strand Board) formando um “L” e na qual se encontram fixados quatro ganchos responsáveis por sustentar, por meio de molas, uma barra prismática de madeira que se comporta como uma viga biapoiada. Tais ganchos encontram-se espaçados entre si a 12 cm, 16 cm e 12 cm e, como é possível observar na Figura 1, unem-se à borda superior da barra por outros quatro ganchos de mesmo posicionamento.

Além dos ganchos na parte superior, a viga de madeira contém ao longo de seu comprimento onze ganchos na borda inferior, equidistantes entre si a cada quatro (4) cm e onde estão dispostos, em um suporte, porcas sextavadas que servem como uma carga móvel concentrada. Para a leitura da deformação da viga, foi colado na placa vertical, abaixo dos ganchos, um adesivo de papel milimetrado. O sistema sustentado pelas molas consiste na viga de madeira, suporte e pesos.

A fim de se obter o traçado da linha de influência para as reações de apoio, primeiramente, determinou-se a constante elástica das molas a partir da lei de Hooke descrita por Hibbeler (2010) por meio da Equação 1 e, para confirmar, de um ensaio físico, obtendo-se um valor de 17,22 N/m. Tal ensaio consistiu em um total de cinco repetições para cada mola, com diferentes magnitudes de carga, encontrando-se como resultado a média aritmética dos valores obtidos.

$$k = -\frac{P}{\Delta y} \quad (1)$$

Em seguida, foi posicionada a viga em uma das três configurações descritas anteriormente e mediu-se a posição inicial com o auxílio de agulhas posicionadas junto aos “apoios” e apontadas para o papel milimetrado.

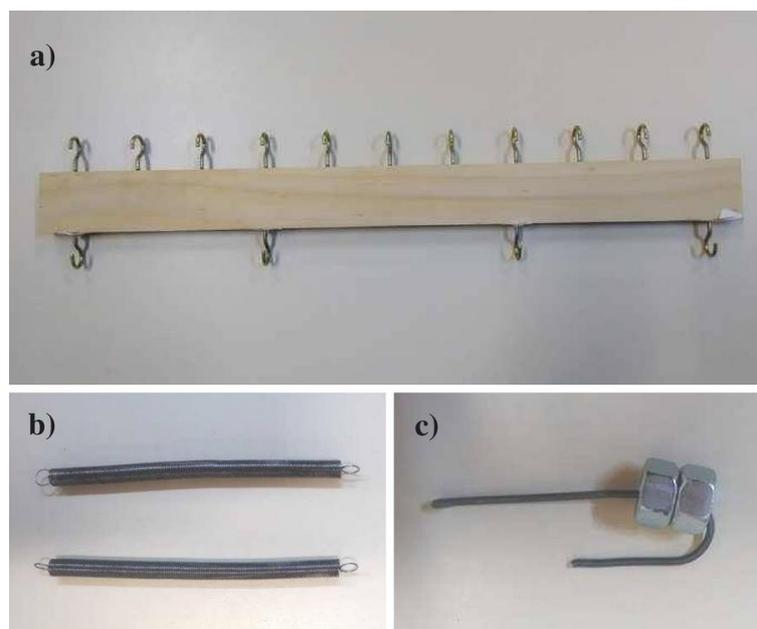


Figura 1 – Principais componentes do dispositivo construído: (a) barra prismática com ganchos, (b) molas de comportamento linear e (c) suporte com pesos

Fonte: Autoria própria (2017)

Na Figura 2 é representada a configuração para uma viga biapoiada com um balanço (ii), na qual são empregados o primeiro e o terceiro dos quatro ganchos da borda superior da viga.

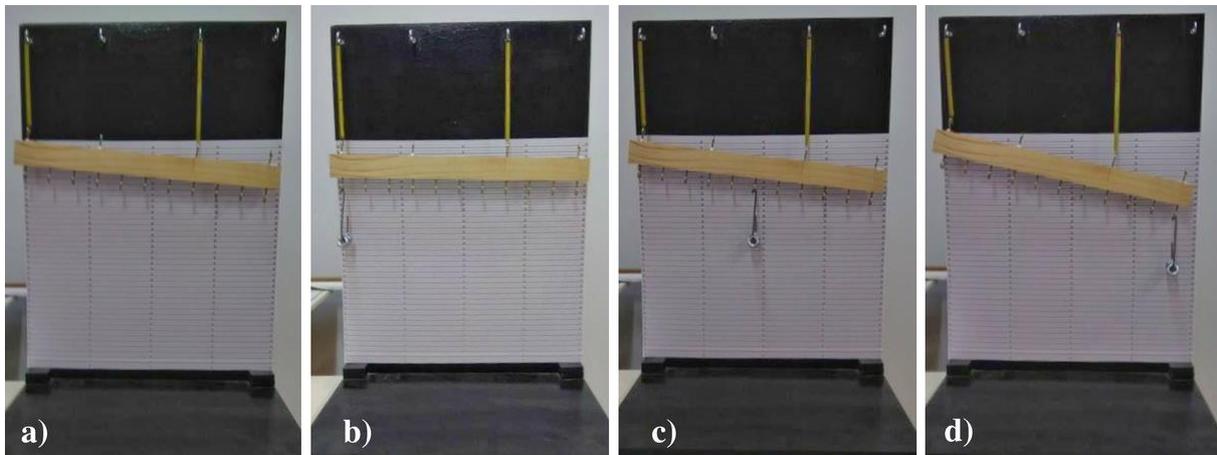


Figura 2 – Deslocamento da carga móvel sobre a configuração de viga simplesmente apoiada com um balanço: (a) viga sem carregamento, (b) carga móvel no apoio A, (c) carga móvel no meio do vão ℓ_1 , (d) carga móvel na extremidade do balanço

Fonte: Autoria própria (2017)

De maneira análoga, para o caso da viga com apoio nas extremidades (i) são usados o primeiro e o quarto ganchos e, para a viga com dois balanços (iii), o segundo e o terceiro ganchos. Em seguida, o peso formado pelo suporte e porcas sextavadas foi posicionado no primeiro dos onze ganchos da esquerda para a direita e então deslocado nesse sentido até o último deles, medindo-se o alongamento para cada mola, por meio da diferença entre as posições inicial e final das mesmas.

3. Resultados e discussão

O experimento realizado visa facilitar o traçado das linhas de influência por meio da obtenção prática das reações R_A e R_B , que são calculadas a partir do produto entre os deslocamentos verticais (Δy) das molas posicionadas nos apoios e a constante elástica das mesmas (k), conforme descrito pela Equação 2. Cabe enfatizar que a constante elástica é a mesma para ambas as molas e que o índice i da equação correlaciona a mola medida com a nomenclatura do apoio, sendo, portanto, igual a A para o apoio da esquerda e igual a B para o da direita.

$$R_i = k \cdot \Delta y_i \quad (2)$$

Como os valores utilizados para o traçado das linhas de influência tem o significado de uma força unitária, as ordenadas y são dadas por meio do quociente entre o valor da reação de apoio obtida experimentalmente e a carga sustentada pelas molas (Equação 3). Nesta força está incluso o peso próprio da barra de madeira com ganchos, o peso das porcas e o suporte.

$$y_i = \frac{R_i}{P} \quad (3)$$

A Tabela 2 apresenta os dados experimentais para a configuração de uma viga simplesmente apoiada com um balanço, sendo que o erro é calculado por meio da Equação 4, onde P é a carga total sustentada pelo sistema. Sabendo que, neste experimento, P é igual a 37,9 g, o erro do experimento em relação aos resultados teóricos é igual a 2,66% para todas as posições j da carga móvel.

$$Erro (\%) = \left(1 - \frac{R_A + R_B}{P}\right) \times 100 \quad (4)$$

<i>j</i>	<i>x</i> (cm)	Mola A			Mola B			$R_A + R_B$	Erro
		Δy (cm)	R_A	<i>y</i>	Δy (cm)	R_B	<i>y</i>		
1	0	2,00	0,34	0,93	0,10	0,02	0,05	0,36	2,66%
2	4	1,70	0,29	0,79	0,40	0,07	0,19	0,36	2,66%
3	8	1,50	0,26	0,70	0,60	0,10	0,28	0,36	2,66%
4	12	1,20	0,21	0,56	0,90	0,15	0,42	0,36	2,66%
5	16	0,90	0,15	0,42	1,20	0,21	0,56	0,36	2,66%
6	20	0,70	0,12	0,32	1,40	0,24	0,65	0,36	2,66%
7	24	0,40	0,07	0,19	1,70	0,29	0,79	0,36	2,66%
8	28	0,20	0,03	0,09	1,90	0,33	0,88	0,36	2,66%
9	32	-0,10	-0,02	-0,05	2,20	0,38	1,02	0,36	2,66%
10	36	-0,30	-0,05	-0,14	2,40	0,41	1,11	0,36	2,66%
11	40	-0,60	-0,10	-0,28	2,70	0,46	1,25	0,36	2,66%

Fonte: Autoria própria (2017)

Tabela 2 – Dados experimentais para a configuração de viga biapoiada com um balanço

Durante a elaboração do projeto, foram realizados comparativos entre as linhas de influência teóricas e experimentais para os três tipos de viga estudados. Resumidamente, as Tabelas 3 e 4 e as Figuras 3 e 4 apresentam a comparação entre as linhas de influência teórica e experimental para as reações A e B da viga biapoiada com um balanço. A última coluna das tabelas corresponde a discrepância entre as ordenadas (*y*) teóricas e experimentais que, como se nota, não ultrapassa o valor de 0,15 unidade para R_A e 0,18 para R_B , lembrando que o valor do vão ℓ_1 é igual a 28 cm para este caso (ii).

<i>j</i>	<i>x</i> (cm)	Experimental			Teórico		$y_T - y_E$
		Δy_1 (cm)	R_A (N)	$y_E = R_A/P$	y_T		
1	0	2,00	0,34	0,93	1,00	0,07	
2	4	1,70	0,29	0,79	0,86	0,07	
3	8	1,50	0,26	0,70	0,71	0,02	
4	12	1,20	0,21	0,56	0,57	0,02	
5	16	0,90	0,15	0,42	0,43	0,01	
6	20	0,70	0,12	0,32	0,29	-0,04	
7	24	0,40	0,07	0,19	0,14	-0,04	
8	28	0,20	0,03	0,09	0,00	-0,09	
9	32	-0,10	-0,02	-0,05	-0,14	-0,10	
10	36	-0,30	-0,05	-0,14	-0,29	-0,15	
11	40	-0,60	-0,10	-0,28	-0,43	-0,15	

Fonte: Autoria própria (2017)

Tabela 3 – Comparativo entre os dados experimentais e teóricos de R_A da configuração de viga biapoiada com um balanço

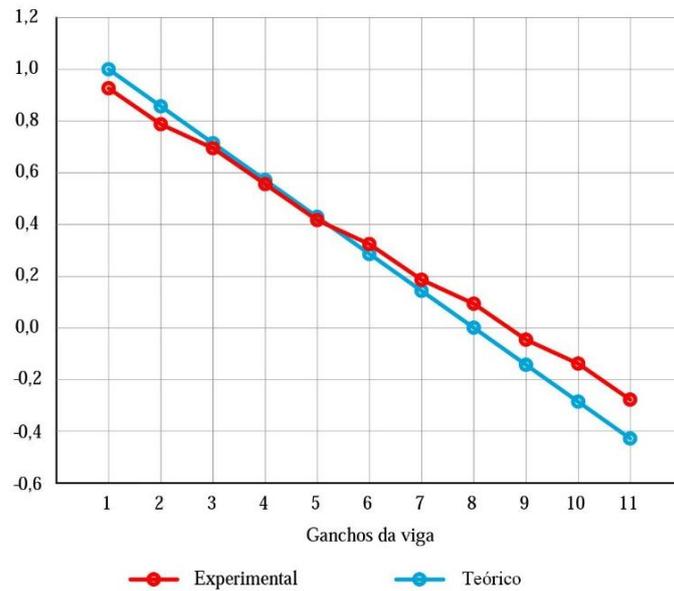


Figura 3 – Comparativo entre os traçados experimental e teórico de R_A da viga biapoada com um balanço
Fonte: Autoria própria (2017)

Os valores máximo e mínimo teóricos observados na Figura 3 são iguais a 1,00 e -0,43, respectivamente, enquanto que os valores experimentais são iguais a 0,93 para o máximo e -0,28 para o mínimo.

j	x (cm)	Experimental			Teórico		$y_T - y_E$
		Δy^2 (cm)	R_B (N)	$y_E = R_B/P$	y_T		
1	0	0,10	0,02	0,05	0,00	-0,05	
2	4	0,40	0,07	0,19	0,14	-0,04	
3	8	0,60	0,10	0,28	0,29	0,01	
4	12	0,90	0,15	0,42	0,43	0,01	
5	16	1,20	0,21	0,56	0,57	0,02	
6	20	1,40	0,24	0,65	0,71	0,07	
7	24	1,70	0,29	0,79	0,86	0,07	
8	28	1,90	0,33	0,88	1,00	0,12	
9	32	2,20	0,38	1,02	1,14	0,12	
10	36	2,40	0,41	1,11	1,29	0,17	
11	40	2,70	0,46	1,25	1,43	0,18	

Fonte: Autoria própria (2017)

Tabela 4 – Comparativo entre os dados experimentais e teóricos de R_B da configuração de viga biapoada com um balanço

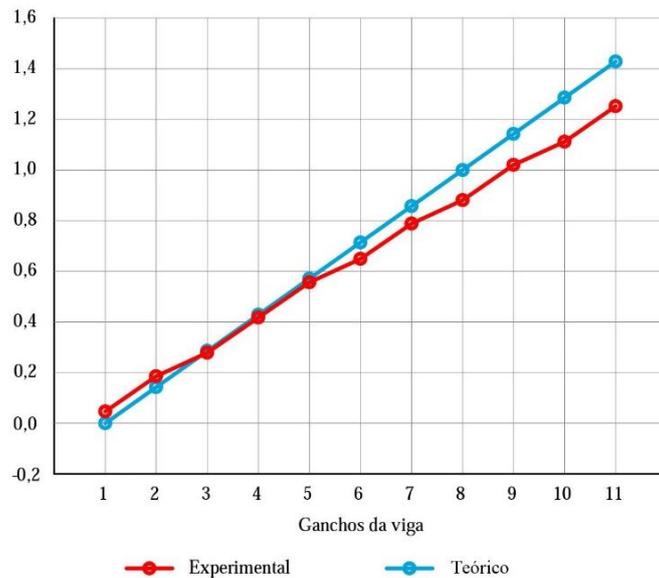


Figura 4 – Comparativo entre os traçados experimental e teórico de R_B da viga biapoiada com um balanço
Fonte: Autoria própria (2017)

O valor máximo teórico observado na Figura 4 é igual a 1,43 enquanto que o valor mínimo é nulo. Para o caso experimental, os valores máximo e mínimo são iguais, respectivamente, a 1,25 e 0,05. É possível observar que a discrepância entre os valores teóricos e experimentais foi maior na região próxima ao balanço devido a um comportamento do dispositivo que pode ser notado, inclusive, na Figura 2. Quando a carga móvel se distancia dos apoios, a mola gira em relação ao gancho do painel OSB, devido à excentricidade do carregamento, fazendo com que a leitura do deslocamento da viga não seja precisa, uma vez que a mola não está alinhada com a vertical. Entretanto, esse erro é mínimo já que, segundo Benetti (2017), no experimento aqui descrito são admitidos erros de até 3% entre a soma das reações oriundas do cálculo pela Equação 2 e o peso P efetivamente sustentado pelo sistema, o que foi atendido nas três configurações de vigas biapoiadas utilizadas, incluindo a que está representada na Tabela 2 e que o erro foi fixado em 2,66%.

A obtenção das reações de apoio de forma experimental permite não somente realizar o traçado das linhas de influência para este efeito como também para os de momento fletor e esforço cortante, por meio de um equacionamento simples e que se encontra expresso na Tabela 5. Nota-se que, neste caso, diferentemente das equações apresentadas na Tabela 1, a magnitude dos efeitos depende da posição da seção (x_0) na qual se deseja conhecer o mesmo.

Condições	Esforços		
	Força cortante (V)	Momento fletor (M)	
$x_0 < \ell_1$	$x < x_0$	$R_A - P$	$R_A \cdot x_0 - P \cdot (x_0 - x)$
	$x \geq x_0$	R_A	$R_A \cdot x_0$
$x_0 \geq \ell_1$	$x < x_0$	$R_A + R_B - P$	$R_A \cdot x_0 + R_B(x_0 - \ell_1) - P \cdot (x_0 - x)$
	$x \geq x_0$	$R_A + R_B$	$R_A \cdot x_0 + R_B(x_0 - \ell_1)$

Tabela 4 – Obtenção algébrica dos esforços de força cortante e momento fletor para a configuração de viga biapoiada com um balanço
Fonte: Autoria própria (2017)

As Figuras 5 e 6 apresentam o comparativo entre as linhas de influência experimentais e teóricas de esforço cortante e momento fletor para a seção localizada no meio do vão entre os apoios ($\ell_1/2$) da configuração de viga simplesmente apoiada com um balanço que, neste caso, equivale a $x_0 = 14$ cm. É possível observar, da mesma forma que para as linhas de influência das reações, que a discrepância entre os valores é maior na região próxima à extremidade do balanço, visto que os diagramas dependem diretamente da magnitude das reações.

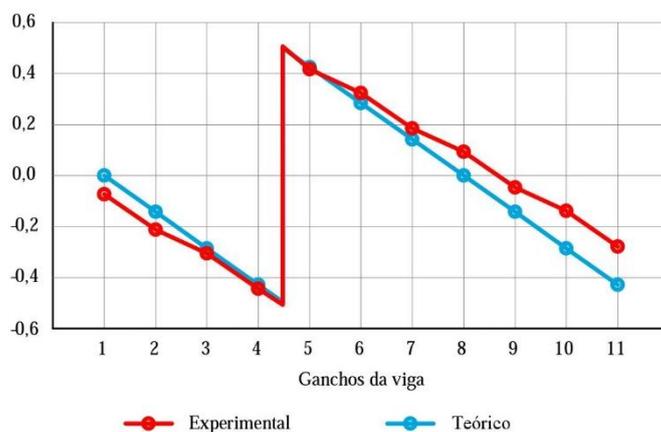


Figura 5 – Comparativo entre os traçados experimental e teórico de esforço cortante para $x_0 = \ell_1/2$ da viga biapoiada com um balanço
Fonte: Autoria própria (2017)

O máximo valor de cortante observado para as linhas de influência representadas na Figura 5 ocorre na seção de aplicação da carga móvel, sendo igual a -0,57 para o caso teórico e -0,51 para o experimental.

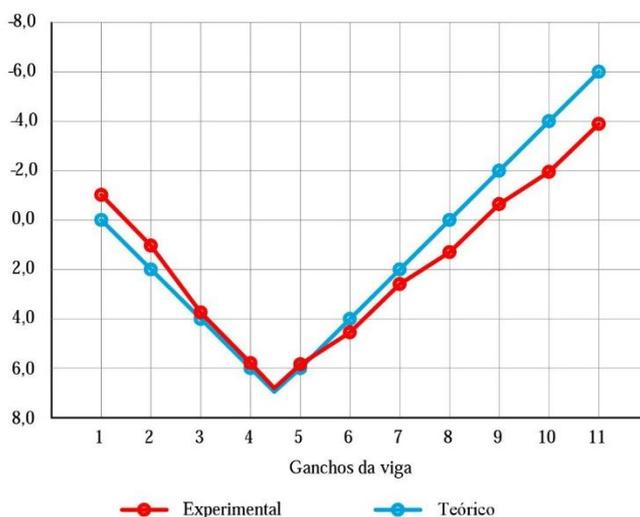


Figura 6 – Comparativo entre os traçados experimental e teórico de momento fletor para $x_0 = \ell_1/2$ da viga biapoiada com um balanço
Fonte: Autoria própria (2017)

Para a linha de influência de momento fletor na Figura 6, os máximos valores positivos observados foram de 6,95 para o caso teórico e de 6,81 para o caso experimental. Enquanto que os máximos negativos para as linhas de influência teórica e experimental foram, respectivamente, iguais a -6,00 e -3,89, localizados na extremidade do balanço.

5. Considerações finais

Com a realização do experimento, pôde-se compreender melhor o efeito de cargas móveis em estruturas, isto é, a maneira como geram os esforços internos de reação, força cortante e momento fletor e o papel dessa variação para a construção das envoltórias, nas quais se encontra o efeito conjunto dos carregamentos estáticos.

Um dos principais objetivos do trabalho é poder correlacionar os resultados calculados de forma algébrica com aqueles obtidos por meio do experimento. Tal comparação permitiu constatar que os erros de divergência entre os dados são inferiores a 3% e que, portanto, o traçado experimental de linhas de influência não só discute uma abordagem didática como também corrobora os dados teóricos e evidencia a determinação dos esforços máximos e mínimos provocados em estruturas por cargas móveis.

O experimento descrito permite observar o efeito que o posicionamento de cargas móveis tem sobre a estrutura, auxiliando na compreensão sobre o comportamento de pontes, passarelas e viadutos. Da mesma forma, é possível correlacionar teoria e prática e elevar a abrangência entre as representações analítica e gráfica de linhas de influência, visto que se pode confundi-las com diagramas solicitantes. Uma das contribuições deste estudo é poder inserir a Dinâmica das Estruturas em um curso de bacharelado, visto que tal área é de abordagem quase que exclusiva em cursos de pós-graduação, representando uma linha de pesquisa de vasta análise no ramo das Engenharias.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). *NBR 8681 – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003. 15 p.

BENETTI, H. A. P. *Prática 1 – linhas de influências para vigas isostáticas*. Teoria das estruturas 1. Pato Branco: Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), 2017. 10 p.

HIBBELER, R. C. *Resistência dos Materiais*. 7. Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

SÜSSEKIND, J. C. *Curso de análise estrutural*. 6. ed. – Porto Alegre – Rio de Janeiro: Globo, 1981. 366 p. 3 v.