

## Aplicação da programação linear para a maximização do lucro no processo produtivo de uma cachaçaria

Oswaldo Jhonota Gomes Sanches (Universidade Federal do Pará) [oj.sanches@gmail.com](mailto:oj.sanches@gmail.com)

Leandro Ferreira Paiva (Universidade Federal do Pará) [leandrofpaiva@live.com](mailto:leandrofpaiva@live.com)

Karem Tamires Alves da Costa (Universidade Federal do Pará) [karemtamires95@gmail.com](mailto:karemtamires95@gmail.com)

Kaique Ângelo de Moura (Centro Universitário do Pará) [kaiquemora60@gmail.com](mailto:kaiquemora60@gmail.com)

### Resumo:

O presente trabalho tem o objetivo maximizar os lucros de uma empresa destinada à produção de cachaça artesanal, através de um modelo matemático desenvolvido através de levantamentos estatísticos e matemáticos, e a utilização do software LINDO (*Linear Interactive and Discrete Optimizer*). O mesmo utilizou conceitos de Pesquisa Operacional para o desencadeamento do problema e como metodologia científica, a pesquisa exploratória. Primeiramente, houve a coleta dos dados em uma microempresa produtora de cachaça. Em seguida, realizou-se a triagem, análise dos dados e um modelo de programação linear inserido no *software* LINDO, cuja finalidade foi maximizar o lucro e comparar o resultado obtido com os dados anteriores. Por fim, houve um resultado de aumento significativo no lucro da empresa em torno de 7,5%.

**Palavras chave:** Pesquisa Operacional, Programação Linear, Maximização de Lucros, *software* LINDO.

## Application of Linear Programming to maximize profit in the production process of a Cachaçaria.

### Abstract

The present work had as objective to maximize the profits of a company destined to the production of artisanal cachaça, through a mathematical model developed through statistics and mathematical studies, and the use of the LINDO software (*Linear Interactive and Discrete Optimizer*). The same used concepts of Operational Research to trigger the problem and as scientific methodology, exploratory research. First, the data was collected in a micro-enterprise producing Cachaça. Then, the data were screened, a linear programming model inserted in the LINDO software, whose purpose was to maximize profit and compare the result obtained with the previous data. Finally, there was a result of a significant increase in the company's profit of around 7.5%.

**Key-words:** Operational Research, Linear Programming, maximize profits, LINDO software.

### 1. Introdução

A cachaça – bebida produzida a partir da fermentação da cana-de-açúcar – tem sua origem questionada por alguns historiadores, uns consideram sua origem no Brasil, nos quilombos no século XVI, e outros no século XV ainda em Portugal. O que se é possível notar, é que a água ardente acompanhou todo o desenvolvimento do Brasil até os dias de hoje, perpassou em todas as classes sociais, fenômeno que atualmente também é possível se comprovar, e ainda

possui um título de bebida genuinamente brasileira, uma vez que a nação em questão é a maior produtora e uma das maiores consumidoras de cachaça do mundo. Representando uma atividade econômica expressiva e com isto desperta o interesse econômico em todas as nuances de uma industrial tradicional, mesmo mantendo os aspectos artesanais que agregam valores ao produto, mas por outro lado, necessita de um gerenciamento técnico.

## 2. Referencial Teórico

O referencial teórico desta pesquisa adotou como norte: a Pesquisa Operacional, Modelagem Matemática e a Programação Linear, ciências que desencadeiam os resultados ótimos.

### 2.1 Pesquisa Operacional

“Como o próprio nome indica, a pesquisa operacional envolve ‘pesquisa sobre operações’. Portanto, a pesquisa operacional é aplicada a problemas envolvendo como conduzir e coordenar as operações (isto é, as ‘atividades’) em uma organização. A natureza das organizações é essencialmente secundária e, de fato, a PO tem sido largamente aplicada em áreas tão distintas como manufatura, transportes, construção, telecomunicações, planejamento financeiro, assistência médica, militar e serviços públicos, somente para citar algumas. Portanto, a gama de aplicações é excepcionalmente grande.” (HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

### 2.2 Modelagem Matemática

A modelagem matemática é uma ferramenta fundamental quando trata-se de Pesquisa Operacional. Ela auxilia no processo de tomada de decisão. Dessa forma, a tomada de decisão que tem por base o uso de modelos matemáticos e estatísticos representa a possibilidade de simulação de situações reais, o que tornou mais fácil o processo de análise e de decisão, pois permite a experimentação da solução proposta.

### 2.3 Programação Linear

“A programação linear usa um modelo matemático para descrever o problema em questão. O adjetivo ‘linear’ significa que todas as funções matemáticas nesse modelo são necessariamente ‘funções lineares’. A palavra ‘programação’, é, essencialmente, um sinônimo para ‘planejamento’. Portanto, a programação linear envolve o planejamento de atividades para obter um resultado ótimo, isto é, um resultado que atinja o melhor objetivo especificado (de acordo com o modelo matemático) entre todas as alternativas viáveis.” (HILLIER; LIEBERMAN, 2006).

Na modelagem de Programação Linear deve-se levar em considerações regras que compõem o processo de modelagem tais como:

- i) estabelecer as variáveis do problema, ou seja aquilo que se as variáveis do problema, ou seja, aquilo que se pode controlar e que se deseja saber exatamente o valor;
- ii) a função objetivo, sempre que se deseja maximizar ou minimizar determinado objetivo, expresso em função das variáveis do problema;
- iii) as restrições, que também são expressas em função das variáveis do problema e limitam as combinações das variáveis a determinados limites.

### 2.4 Software Lindo

O LINDO é uma conveniente ferramenta para resolver Problemas de Programação linear, inteira e quadrática. Velocidade e facilidade de uso, fizeram Sistemas LINDO um fornecedor líder de ferramentas de *software* para a construção e resolução de modelos de otimização. É

um *Software* de apoio da decisão, fundamentam-se em técnicas de otimização para resoluções em diversas áreas, pode-se citar: logística, telecomunicação, produção, finanças etc.

Tem sido usado por milhares de empresas em todo mundo para maximizar o lucro e minimizar custo das decisões que envolvam o planejamento da produção, transporte, finanças, alocação de portfólio, orçamento de capital, mistura, agendamento, inventário, alocação de recursos e muito mais.

## 2.5 Previsão de Demanda

Segundo Tubino (2000), “a previsão de demanda é a principal informação empregada pelo planejamento e controle da produção na elaboração de suas atividades, e afeta de forma direta o desempenho esperado de suas funções de planejamento e controle do sistema produtivo. A previsão de demanda é um processo que realiza análises e estima dados futuros acerca das possíveis vendas de produtos e serviços de uma determinada organização, utilizando ferramentas estatísticas e econométricas que dão credibilidade e fundamento aos resultados finais. A previsão de demanda também auxilia no planejamento e controle da produção e do estoque e ainda nela, são realizadas as principais decisões financeiras, comerciais e operacionais. Se essas decisões forem bem desempenhadas, elas terão impacto direto e satisfatório no resultado econômico da empresa”.

## 3. Metodologia

A pesquisa foi desenvolvida em três etapas, sendo elas:

- i) Definir o problema de interesse, onde essa definição se deu por conta da necessidade de aproximar a ciência à sociedade empreendedora local, sabendo que esses produtores, muitas vezes, possuem apenas o conhecimento técnico sendo necessário um embasamento de programas computacionais para ajudar a expandir e otimizar seus negócios e por consequência a região como um todo;
- ii) Coletar os dados obtidos através de visitas no local e entrevista com o proprietário, na qual buscou-se todas informações possíveis a respeito do processo produtivo, funcionamento, tipos de produtos, quais tem maior participação no lucro da empresa e levantamento dos custos destinados ao processo;
- iii) Formulação do modelo matemático e a derivação de soluções a partir do mesmo. Depois de todos os dados coletados e o modelo matemático formulado, utilizou-se a Programação Linear, com o auxílio da ferramenta *software* LINDO para chegar-se a uma solução ótima para o problema em questão, e isso forneceu uma decisão mais vantajosa a ser tomada pelo proprietário da empresa para que se tenha redução de custos e obtenção de maiores lucros.

## 4. Estudo de Caso

### 4.1 A Empresa

O objeto de pesquisa foi uma empresa destinada a produção de cachaça artesanal, ‘Destilaria de Cachaça da Amazônia’, localizada na rodovia PA-409, km 06, S/N, zona rural do município de Abaetetuba - PA. A mesma é classificada com porte de microempresa, possuindo 13 funcionários, e composta por três instalações: Galpão de Produção, Galpão de Armazenamento/Engarrafamento (Bipartido) e a Casa de Caldeira. A empresa possui sua própria plantação de cana-de-açúcar, que se estende pela propriedade de onde é realizada a colheita para a produção, na qual são produzidos inicialmente dois tipos de cachaça: a Prata e a Ouro, seus principais produtos. A estrutura conta ainda com os tanques que são de alumínio e madeira, essa variação de materiais é para que os diferentes sabores sejam produzidos, de acordo com o tipo da cachaça.

## 4.2 Escolha do Produto

Os produtos na qual se destinou a análise foram os dois únicos tipos de cachaça que empresa produz: a Prata e a Ouro. Sendo esses produtos os responsáveis pelo crescimento da empresa e obtenção de lucro para a mesma. Como a empresa foca apenas na produção desses dois produtos, tem como intenção adentrar no mercado *gourmet* com justificativa de produzir produtos de alto padrão de qualidade, sofisticação e sabor único para que seja uma referência no mercado da produção de cachaça nacional. Por enquanto, a empresa não pretende diversificar sua produção, mantendo apenas os dois sabores existente.

## 4.3 Coleta de Dados

Os dados coletados foram analisados e descritos como ‘problema-questão’ e organizados em tabelas.

Sabendo que a cada 1 tonelada da matéria prima colhida, se produz 600 litros de suco de cana, sendo desse valor se é possível fabricar 100L de cachaça, com uma produção total diária de 500L. Levando em consideração a produção por safra (5 meses) que foi a base de toda estimativa de produção utilizada no trabalho, obteve-se os seguintes dados:

a) Com uma área plantada atual que corresponde a 8 hectares, a empresa produz por safra 2.500 toneladas de matéria-prima que corresponde a uma produção total por safra de 25.000L de cachaça, que são divididos em 15.000L para a produção da cachaça Ouro e os 10.000L restante para a produção da cachaça Prata. Cachaça (Ouro e Prata) – são envazadas em recipientes de 500ml, 180ml e 50ml;

Quantidade de matéria-prima por safra	Quantidade de Cachaça Produzida por Safra	Cachaça Ouro	Cachaça Prata
2,5 T	25.000 L	15.000L	10.000L

Fonte: Autores (2017)

Tabela 1 – Dados da produção por safra

b) A matéria prima tem sua colheita nos meses de agosto a dezembro, período em que se considera o inverno amazônico, tendo seu plantio nos meses subsequentes janeiro a julho que é considerado o verão amazônico;

c) Divisão da quantidade de litros produzidos, quantidade unidades (garrafas) que serão produzidas por safra dividida para cada tipo de recipiente e a porcentagem da produção destinada aos diferentes tipos de recipientes. As tabelas 2 e 3 mostram essa distribuição para as cachaças Ouro e Prata, respectivamente;

Tipos de Recipientes	Quantidade distribuída	Nº de Unidades Produzidas
500 ml	9750L (80%)	19.500
180ml	4500L (17%)	25.000
50ml	750L (3%)	15.000
<b>Total</b>	<b>15.000L (100%)</b>	<b>59.500</b>

Fonte: Autores (2017)

Tabela 2 – Dados relacionados à produção da Cachaça Ouro

Tipos de Recipientes	Quantidade distribuída	Nº de Unidades Produzidas
500 ml	6.500L (80%)	13.000
180ml	3.000L (17%)	25.000
50ml	500L (3%)	10.000
<b>Total</b>	<b>10.000L (100%)</b>	<b>48.000</b>

Fonte: Autores (2017)

Tabela 3 – Dados relacionados à produção da Cachaça Prata

d) Valores utilizados como base para calcular o lucro por mês, estes são: preço final, custo de produção e lucro por unidade. Nas tabelas 4 e 5 estes dados podem ser observados para as Cachaças Ouro e Prata, respectivamente;

Recipientes	Preço Final	Custo	Lucro
500ml	R\$ 45,00	R\$ 37,00	R\$ 8,00
180ml	R\$ 22,00	R\$ 18,50	R\$ 3,50
50ml	R\$ 12,00	R\$ 10,00	R\$ 2,00

Fonte: Autores (2017)

Tabela 4 – Dados relacionados aos valores por unidade da cachaça Ouro

Recipientes	Preço Final	Custo	Lucro
500ml	R\$ 28,00	R\$ 20,00	R\$ 8,00
180ml	R\$ 15,00	R\$ 10,00	R\$ 5,00
50ml	R\$ 8,00	R\$ 5,00	R\$ 3,00

Fonte: Autores (2017)

Tabela 5 – Dados relacionados aos valores por unidade da cachaça Prata

e) Lucro atual por unidades produzidas por mês com base nos dados das tabelas 2-3,4 e 5 unidades produzidas por safra e lucro por uma unidade produzida respectivamente (**Cachaças Ouro e Prata**)

Cachaça Ouro	Lucro atual
500ml	R\$ 13.000,00
180 ml	R\$ 7.291,66
180 ml	R\$ 2.500,00
<b>Total</b>	<b>R\$ 22.791,66</b>

Fonte: Autores (2017)

Tabela 6 – Lucro atual da Cachaça Ouro

Cachaça Prata	Lucro atual
500mL	R\$ 8.666,64
180 ml	R\$ 6.944,60
50mL	R\$ 2.499,99
<b>Total</b>	<b>R\$ 18.111,23</b>

Fonte: Autores (2017)

Tabela 7 – Lucro atual da Cachaça Prata

Logo, pelas informações das tabelas, pode-se concluir que o lucro atual da empresa em questão gira em torno de R\$ 40.902,89 por safra.

#### 4.4 Variáveis de decisão

As variáveis de decisão foram estabelecidas de acordo com os tipos de cachaça produzida (Ouro e Prata) e por cada recipiente utilizado para a sua comercialização.

Tipos de Cachaça	500ml	180ml	50ml
Ouro	X1	X2	X3
Prata	X4	X5	X6

Fonte: Autores (2017)

Tabela 8 – Definição das variáveis para cada tipo Cachaça

#### 4.5 Função Objetivo

As variáveis são a representação dos valores quantificáveis que se procura determinar com a resolução do problema. No caso, são as representações das quantidades de unidades de cada tipo de cachaça. Como se busca a maximização do lucro, a função objetivo relacionou o lucro por cada unidade especificada de cachaça, Ouro e Prata, que estão inseridas nas tabelas 4 e 5, e as variáveis de decisão na tabela 8, a partir desses dados obteve-se a seguinte equação linear:

$$\text{MAX } Z = 8x_1 + 3.5x_2 + 2x_3 + 8x_4 + 5x_5 + 3x_6$$

#### 4.6 Restrições

Conforme as informações advindas do estabelecimento foram formuladas restrições de acordo com capacidade de armazenamento dos dois tipos de cachaças produzidas, sendo uma restrição para cada tipo de cachaça, pois a Cachaça Ouro é produzida em maior quantidade do que a Prata, logo as quantidades de embalagens (recipientes, rótulos e tampas) disponíveis por semana, serão destinadas à Cachaça Ouro e a disponibilidade de mão-de-obra (homens/horas) por mês para a produção. Então, pode-se destacar as seguintes restrições:

a) Capacidade de armazenamento em litros (Ouro);

$$x_1 + x_2 + x_3 < 3000$$

b) Capacidade de armazenamento em litros (Prata);

$$x_4 + x_5 + x_6 < 2500$$

c) Embalagens (recipientes, rótulos, tampas) (Ouro);

$$x_1 + x_2 + x_3 < 4500$$

d) Embalagens (recipientes, rótulos, tampas) (Prata);

$$x_4 + x_5 + x_6 < 3500$$

e) Mão-de-obra disponível (homens/hora por mês);

$$0,03x_1 + 0,02x_2 + 0,04x_3 + 0,05x_4 + x_5 + 0,06x_6 < 320$$

## 5. Resultados e Discussões

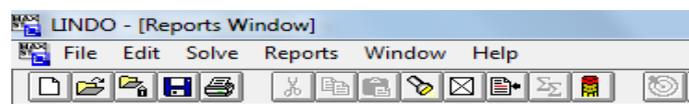
Com o auxílio da ferramenta *software* LINDO, a modelagem matemática realizada anteriormente foi inserida no *software*, em seguida, obteve-se a solução ótima como ilustram as figura 1 e 2, respectivamente.



```

LINDO - [<untitled>]
File Edit Solve Reports Window Help
!Maximização de lucro
max 8x1+3.5x2+2x3+8x4+5x5+3x6
!Restrições
st
!Capacidade de armazenament em litros (Ouro)
x1+x2+x3<3000
!Capacidade de armazenament em litros (Prata)
x4+x5+x6<2500
!Embalagens(Garrafas,Rótulos,Tampas) (Ouro)
x1+x2+x3<4500
!Embalagens(Garrafas,Rótulos,Tampas) (Ouro)
x4+x5+x6<3500
!Mão-de-obra disponivel
0.03x1+0.02x2+0.04x3+0.05x4+0.04x5+0.06x6<320
    
```

Figura 1 – Modelagem matemática no *software* LINDO



LP OPTIMUM FOUND AT STEP 0		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	44000.00	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	3000.000000	0.000000
X2	0.000000	4.500000
X3	0.000000	6.000000
X4	2500.000000	0.000000
X5	0.000000	3.000000
X6	0.000000	5.000000

Figura 2- Resultados gerados pelo *software* LINDO

Apartir dos resultados gerados observa-se que, o valor da função objetivo é dado por R\$ 44.000,00 que corresponde o valor ótimo que o programa gerou, em seguida temos as variáveis e suas respectivas contribuições ou não para a obtenção desse valor.

Percebe-se que o *software* indica duas variáveis X1 e X4 que correspondem, respectivamente, à Cachaça Ouro e Prata de 500ml como as que representam maior lucro para a empresa através de suas vendas, sendo que para se chegar a lucro obtido pela função objetivo, a empresa tem que vender mensalmente no mínimo 3.000 unidades de X1 e 2.500 unidade de X4.

As demais variáveis como os resultados mostram suas vendas não serão indicadas para obtenção de lucros, pelo contrario, haverá uma redução no lucro com observa-se na coluna ‘Reduced Cost’.

Observa-se na tabela 9 a comparação do lucro real da empresa, e o custo otimizado que resultou em aumento de lucro de R\$ 3097,11 o que significa um aumento em torno de 7,5 % no lucro mensal da empresa.

Lucro atual	Lucro ótimo
R\$ 40.902,89	R\$ 44.000,00

Fonte: Autores (2017)

Tabela 9 – Comparação de lucros

Já na análise nas restrições, como pode ser observado na figura 3, as variáveis indicadas nas linhas de restrições ‘Row’ mostram que na linha 2 e 3 que representam a capacidade de armazenamento em litros das cachaças Ouro e Prata, respectivamente, nota-se que não haverá sobras, ou seja, o quanto se utilizou este recurso disponível, como os valores estão zerados conclui-se que todos os 3.000L (ouro) e 2.500L (Prata) disponíveis para a produção foram utilizados.

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	8.000000
3)	0.000000	8.000000
4)	1500.000000	0.000000
5)	1000.000000	0.000000
6)	105.000000	0.000000

NO. ITERATIONS= 2

Figura 3 – Soluções geradas pelo *software* Lindo (restrições)

Nas linhas de restrições 4 e 5, que representam as embalagens utilizadas (garrafas, rótulos e tampas) no processo de produção das cachaças Ouro e Prata, respectivamente, verifica-se sobras de embalagens, ou seja, recursos disponíveis não utilizados.

Fazendo a comparação, para cachaça Ouro que está representada na linha de restrição 4, a empresa possuía 4500 embalagens disponíveis, como vendeu-se apenas 3000 unidades, logo concluiu-se que sobraram 1500 unidades. Já para a cachaça Prata levando em consideração o mesmo raciocínio, disponível tinha-se 3500 embalagens foram vendidas 2500, a diferença entre os dois valores serão as embalagens que sobraram, ou seja, 1000 unidades como mostram os resultados.

Em relação a variável mão-de-obra disponível, pode ser observado que a empresa dispõe atualmente de 320 homens/horas, através da solução ótima gerada constatamos que na linha de restrição 6, que representa a variável mão-de-obra, haverá uma sobra de 105 homens/hora que corresponde a não utilização em torno de 33% da mão-de-obra disponível. A empresa precisará utilizar apenas de 67% da mão-de-obra disponível para o processo de envasamento, colagem de rótulos e colocação de lacres e tampas, ou seja, mesmo que haja um aumento de demanda a empresa com essa folga de mão-de-obra ainda conseguirá atendê-la sem comprometer a produção, a qualidade e lucro.

## 6. Conclusão

Após a análise dos dados, percebe-se a importância da programação linear como auxílio na resolução de problemas de processos produtivos e na tomada de decisão a curto, médio e longo prazo, independente do porte da empresa.

O resultado obtido através da modelagem matemática feita sobre o problema em questão, e com a ajuda da ferramenta *software* LINDO, indicou a melhor tomada de decisão para a empresa, que a levará a maximização de lucro em torno de 7,5% correspondendo a R\$ 3097,11 por mês, caso a empresa adote a solução ótima que sugere que a mesma foque nas vendas das cachaças Ouro e Prata de 500 ml que influenciam diretamente no lucro da mesma.

E também através da solução ótima, constatou-se a influência de cada variável no valor da função objetivo, como podemos citar a mão-de-obra disponível, que através da solução ótima observou-se uma folga de 105 homens/hora em um total de 320 homens/horas disponíveis por mês, isso mostra que mesmo que a demanda aumente a empresa terá mão-de-obra suficiente para atendê-la.

Outra ação que irá contribuir com a maximização do lucro, como sugestão tem as ações de marketing em feiras nacionais e internacionais, uma vez que nosso mercado está aberto ao mundo e geralmente nossa moeda tem menos valor que as demais pelo mundo. Outro mercado efetivo de propaganda é a internet.

Uma sugestão para trabalhos futuros seria um estudo mais detalhado dentro da fábrica em questão para a diminuição dos custos de produção da Cachaça que são muito altos e isso interfere diretamente na venda do produto e na obtenção do lucro.

## Referências

**AGUA DOCE**, *A cachaça é uma forte aliada para a economia Brasileira*. Disponível em: <<http://www.aguadoce.com.br/blog/posts/cachaca-e-uma-forte-aliada-para-economia-brasileira/>>. Acesso em: 04 de agosto de 2017.

**ANDRADE, EDUARDO LEOPOLDINO**. *Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de decisões*. 4ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

**BLOG BEBIDAS EXPRESS**, *A cachaça e a economia do Brasil*. Disponível em: <<http://www.bebidaexpressblog.com.br/cachacas/confira-alguns-dados-sobre-a-cachaca-e-a-economia-do-brasil>>. Acesso em: 04 de agosto de 2017. Data de publicação: 4 jun 2013

**HILLIER F. S.; LIEBERMAN G. J.** *Introdução à Pesquisa Operacional*. 8ª Edição. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

**PROGRAMAÇÃO LINEAR UTILIZANDO O SOFTWARE LINDO**. Disponível em: <<https://prezi.com/5zlgd5q4xniq/programacao-linear-utilizando-o-software-lindo/>>. Acesso em: 07 de agosto de 2017.

**TUBINO, D. F.** *Manual de Planejamento e Controle da Produção*. 2ª Edição. São Paulo: Atlas, 2000.